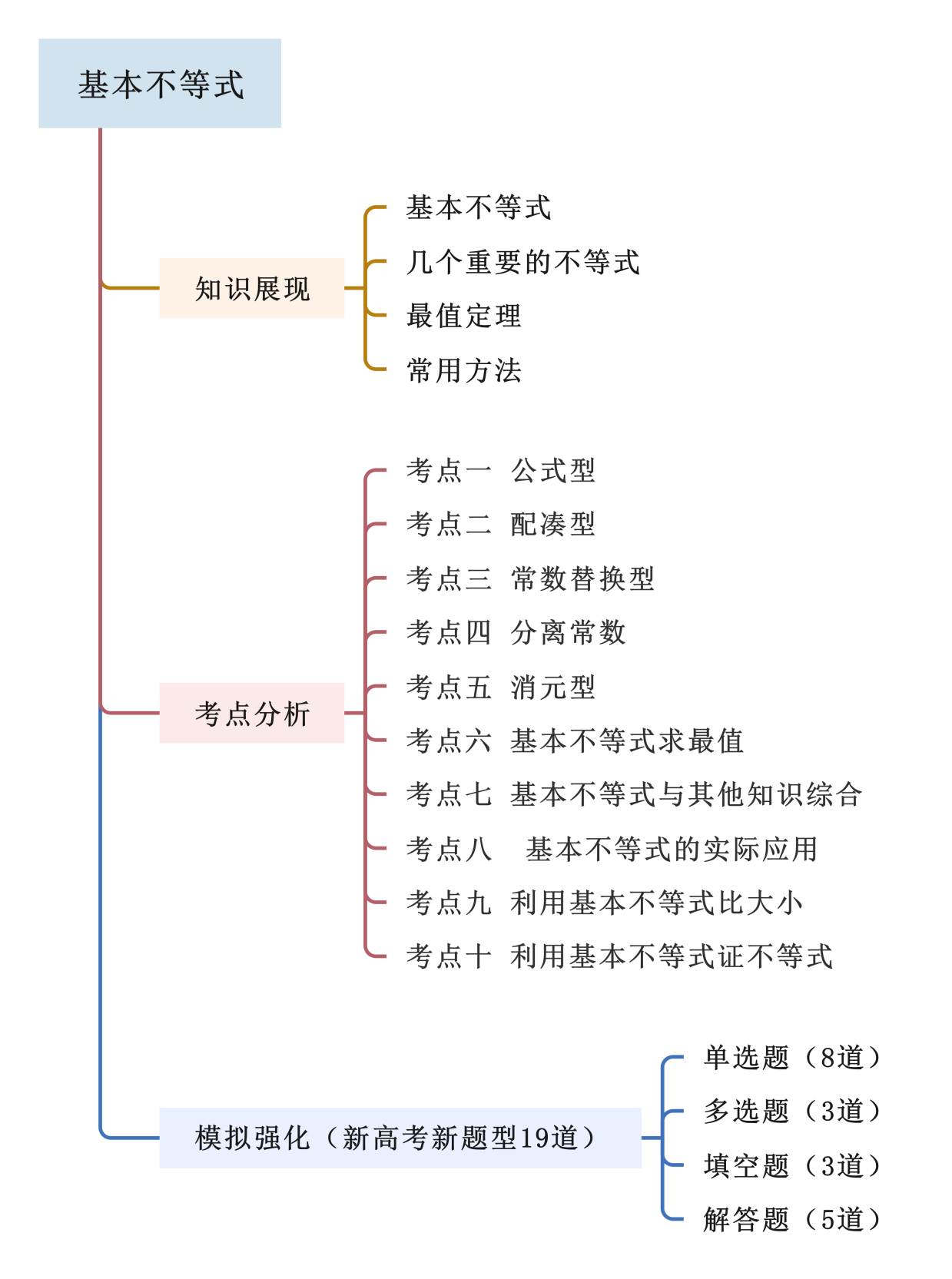
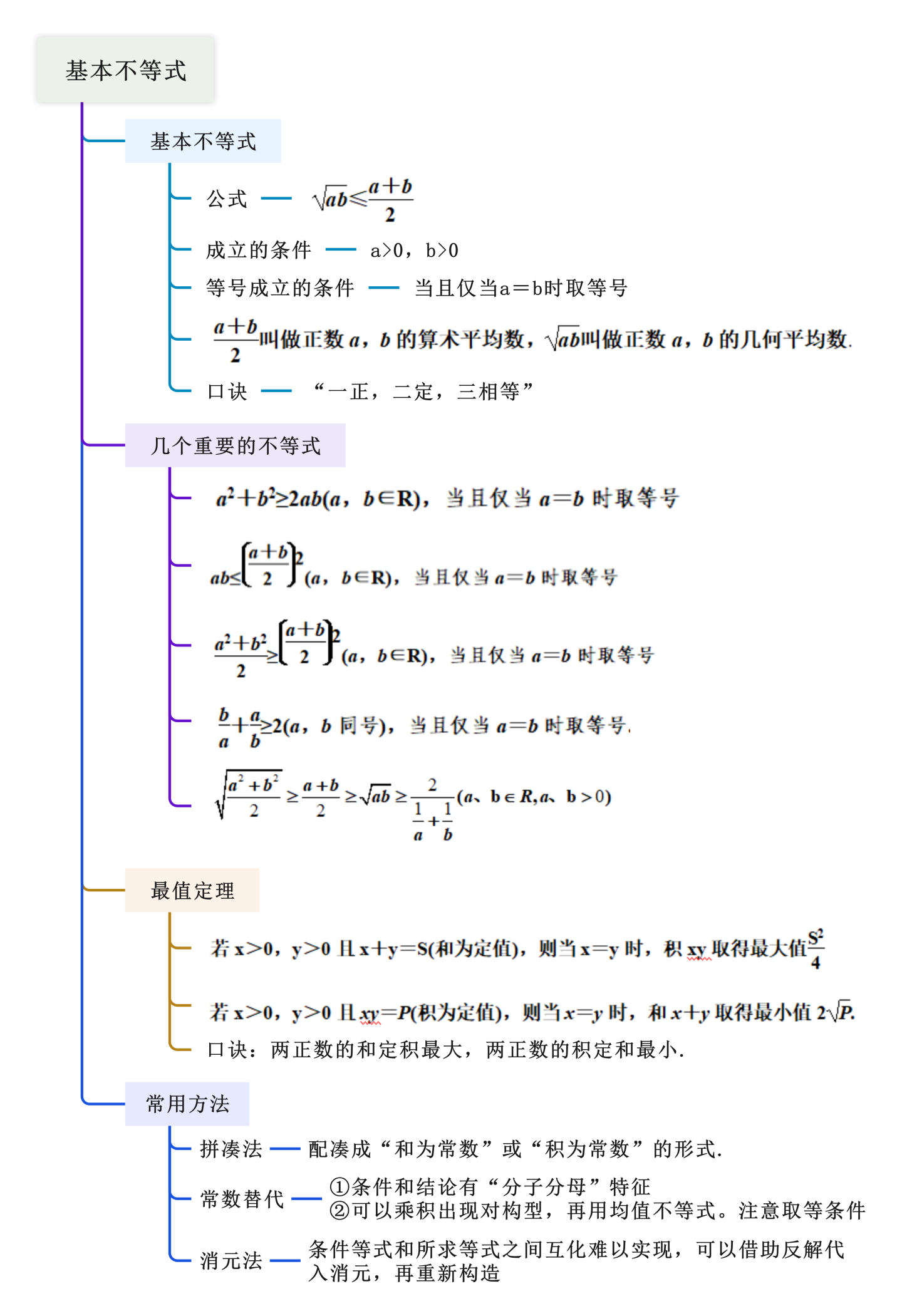
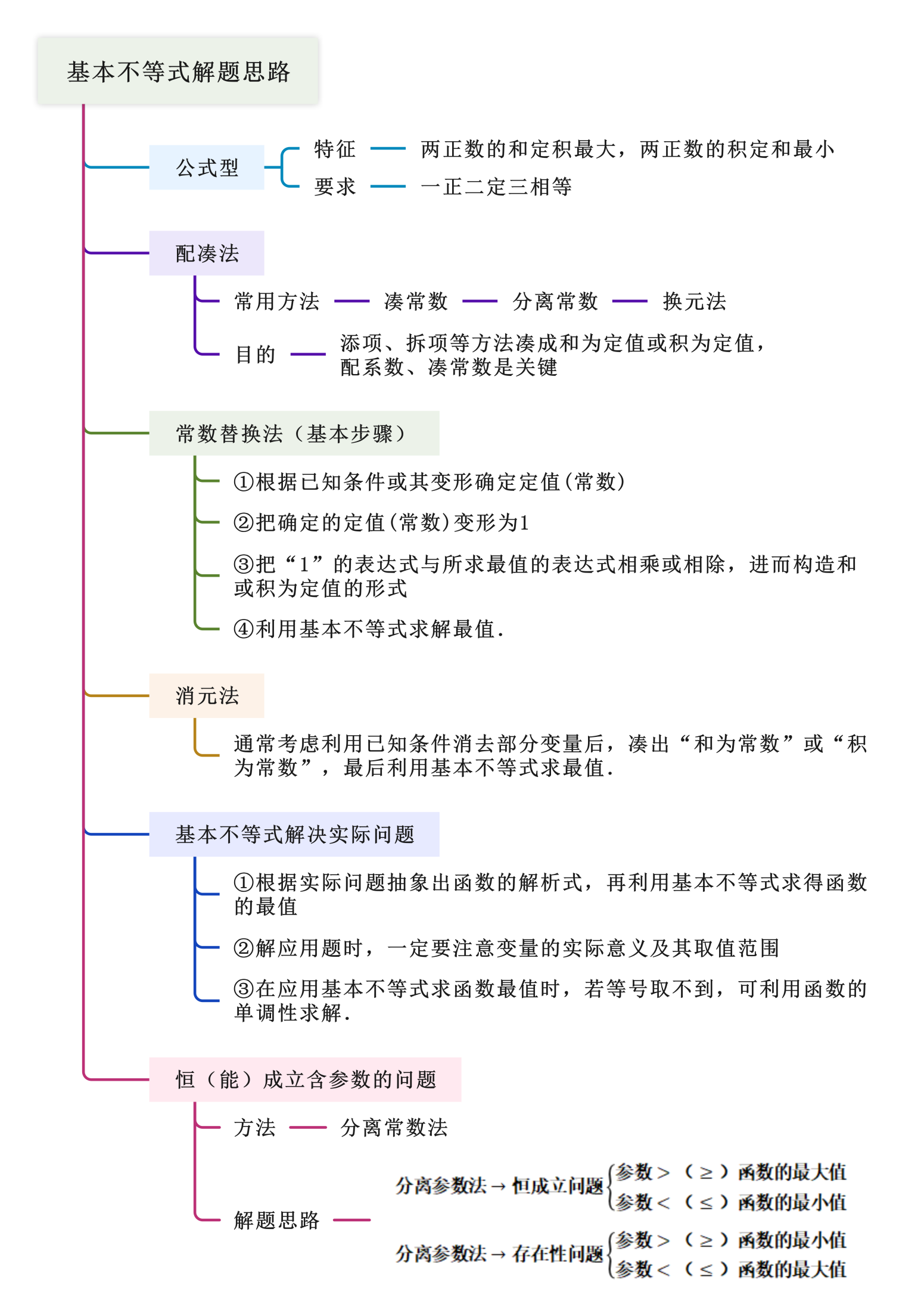
**1.4 基本不等式**













**考点一 公式型**

【例1-1】（2024湖南株洲）已知，则的最大值为（    ）

A． B．1 C． D．3

【例1-2】（2024·云南）已知正实数、满足，则的最小值是（       ）

A． B． C． D．

**【一隅三反】**

1．（2024·北京大兴）当时，的最大值为（       ）

A． B． C． D．

**2**．（2024湖南娄底）若，，且，则的最大值是（    ）

A． B． C． D．1

3．（2024重庆）已知两个正数满足，则的最小值为（        ）

A．3 B．6 C． D．

4（2024江西）若正数*a*，*b*满足，则的最小值为（    ）

A．2 B．4 C．8 D．16

**考点二 配凑型**

【例2-1】（2024安徽芜湖）若，则的最小值是 .

【例2-2】（2023高三·全国·专题练习）函数 的最大值为 .

【例2-3】（2023福建泉州）函数在上的最大值为 ．

**【一隅三反】**

1．（2024·甘肃·兰州）若，则的最小值为（       ）

A． B． C． D．

**2.**（2024·辽宁）已知正实数*x*，则的最大值是（       ）

A． B． C． D．

3．（2024广东潮州）若函数在处取最小值，则（       ）

A． B．2 C．4 D．6

4．（2024云南）函数的最大值为（       ）

A．3 B．2 C．1 D．-1

5．（2024·江苏徐州）设，为正数，且，则的最小值为（       ）

A． B． C． D．

**考点三 常数替换型**

【例3-1】（2024湖南长沙）已知正实数，满足，则的最小值为（    ）

A．9 B．8 C．3 D．

**【例3-2】**（2024江苏扬州）已知实数，，满足，则的最小值为（    ）

A． B． C． D．

【例3-3】（2024河南·许昌高中）已知*a*，*b*为正实数，且，则的最小值为（       ）

A．1 B．6 C．7 D．

【例3-4】（2024辽宁葫芦岛）已知，且，则的最小值为（    ）

A．5 B． C．4 D．

【例3-5】（2023·陕西咸阳·一模）已知，且，则的最小值为 ．

【例3-6】（2024·全国·高三专题练习）已知，，且，则的最小值为（       ）

A． B． C． D．

**【一隅三反】**

1．（2023云南丽江）已知*a*，*b*为正数，，则的最小值为（    ）

A．1 B．2 C．4 D．8

2．（2024·陕西咸阳·二模）已知总体的各个个体的值由小到大依次为，且总体的平均值为10，则的最小值为 ．

3．（20224·辽宁·沈阳）已知*a*，*b*为正实数，且，则的最小值为（       ）

A．1 B．2 C．4 D．6

4．（2024·内蒙古呼和浩特·一模）已知实数，且，则的最小值是 ．

5（2024高三专题练习）已知，，且，则的最小值为（       ）

A． B． C． D．

6．（2024浙江绍兴）已知*x*为正实数，*y*为非负实数，且，则的最小值为（    ）

A． B． C． D．

**考点四 消元型**

【例4-1】（2024四川眉山）设 ,则的最小值为（    ）

A．0 B．1 C．2 D．4

**【例4-2】**（2024浙江·阶段练习）已知实数*x*，*y*满足，且，则的最小值为（     ）

A． B．8 C． D．

【例4-3】（2024·河南南阳·一模）已知正实数满足，则的最小值为（    ）

A．8 B．9 C．10 D．11

【例4-4】（2024河南漯河）设正实数、、满足，则的最大值为（    ）

A． B． C． D．

**【一隅三反】**

1．（2024·河南·郑州四中）已知*a*＞0，且*a2*－*b*＋4＝0，则（       ）

A．有最大值 B．有最大值 C．有最小值 D．有最小值

2．（2024·辽宁丹东）已知，，，则的最小值为（       ）

A． B． C． D．3

3．（2024河南）（多选）已知正实数*a*，*b*满足，则的可能取值为（    ）

A．2 B． C． D．4

4．（2024北京）设正实数，，满足，则当取得最大值时，的最大值为（       ）

A． B． C． D．

**考点五 基本不等式求最值**

【例5-1】（2024山东滨州）已知，，且，若恒成立，则实数的取值范围为（    ）

A． B．

C． D．

**【例5-2】**（2023浙江）若两个正实数满足，且不等式有解，则实数的取值范围是（    ）

A． B．

C． D．

**【一隅三反】**

1．（2023·重庆沙坪坝）已知正实数*x*，*y*满足，若恒成立，则实数*t*的取值范围是（     ）

A． B． C． D．

**2**．（2024浙江杭州）若正实数、满足，且恒成立，则实数的取值范围是（    ）

A． B．

C． D．

3．（2024·江西·一模）已知正数*x，y*满足，若不等式恒成立，则实数*a*的取值范围是 ．

**考点六 基本不等式与其他知识综合**

【例6-1】（2024·山东青岛·一模）记正项等差数列的前*n*项和为，，则的最大值为（    ）

A．9 B．16 C．25 D．50

【例6-2】（2024广东惠州）在中，为上的一点，满足.若为上的一点，满足，则与的关系为 ；的最小值为 .

**【一隅三反】**

1．（2023山西晋城）已知分别为椭圆的两个焦点，为椭圆上一点，则的最大值为（   ）

A．20 B．16 C．64 D．24

2．（2024四川成都·开学考试）函数的图象过定点，且定点的坐标满足方程，其中，，则的最小值为（    ）

A． B．9 C． D．8

**3**（2023天津南开·阶段练习）已知正项等比数列的前项和为，且，则的最小值为（    ）

A． B． C． D．

4．（20224·河南濮阳）已知，，直线与曲线相切，则的最小值是\_\_\_\_\_\_．

**考点七 基本不等式的实际应用**

【例7】（2023·湖南）近日，随着新冠肺炎疫情在多地零星散发，为最大程度减少人员流动，减少疫情发生的可能性，高邮政府积极制定政策，决定政企联动，鼓励企业在国庆期间留住员工在本市过节并加班追产，为此，高邮政府决定为波司登制衣有限公司在国庆期间加班追产提供（万元）的专项补贴．波司登制衣有限公司在收到高邮政府（万元）补贴后，产量将增加到（万件）．同时波司登制衣有限公司生产（万件）产品需要投入成本为（万元），并以每件元的价格将其生产的产品全部售出．注：收益=销售金额政府专项补贴成本．

(1)求波司登制衣有限公司国庆期间，加班追产所获收益（万元）关于政府补贴（万元）的表达式；

(2)高邮政府的专项补贴为多少万元时，波司登制衣有限公司国庆期间加班追产所获收益（万元）最大？

**【一隅三反】**

1．（2024·广东茂名·一模）用一段长为cm的铁丝围成一个矩形模型，则这个模型的最大面积为（  ）

A．  B． C． D．

2（2023·湖南·一模）某农机合作社于今年初用98万元购进一台大型联合收割机，并立即投入生产.预计该机第一年（今年）的维修保养费是12万元，从第二年起，该机每年的维修保养费均比上一年增加4万元.若当该机的年平均耗费最小时将这台收割机报废，则这台收割机的使用年限是（    ）

A．6年 B．7年 C．8年 D．9年

3．（2024·内蒙古呼和浩特·一模）小明在春节期间，预约了正月初五上午去美术馆欣赏油画，其中有一幅画吸引了众多游客驻足观赏，为保证观赏时可以有最大视角，警卫处的同志需要将警戒线控制在距墙多远处最合适呢？（单位：米，精确到小数点后两位）已知该画挂在墙上，其上沿在观赏者眼睛平视的上方3米处，其下沿在观赏者眼睛平视的上方1米处.（    ）

A．1.73 B．1.41 C．2.24 D．2.45

**考点八 利用基本不等式比大小**

【例8-1】（2024贵州安顺·）设，，，则（    ）

A． B． C． D．

【例8-2】（2024江苏扬州·期末）若，则（    ）

A． B．

C． D．

**【一隅三反】**

1．（2024重庆·期末）已知，则以下关于的大小关系正确的是（    ）

A． B． C． D．

2.（2024贵州毕节）设，，，则（   ）

A． B． C． D．

3．（2024安徽阜阳）（多选）已知正实数*x*，*y*，*z*满足，则（    ）

A． B． C． D．

**考点九 利用基本不等式证不等式**

【例9-1】（2024湖南长沙）（多选）设正实数满足，则（    ）

A． B．

C． D．

**【一隅三反】**

1．（2024山东枣庄·期末）（多选）已知*a*，*b*，*c*满足，且，则（   ）

A． B． C． D．

2．（2024湖南娄底·期末）（多选）已知关于*x*的不等式（，）的解集为，则下列结论正确的是（    ）

A． B．的最大值为

C．的最小值为4 D．的最小值为

3．（2024重庆大足）（多选）设正实数，，且满足，则（    ）

A． B．

C． D．

4．（2024高三·全国·专题练习）（多选）已知，，，则下列说法正确的是（ ）

A．的最小值为

B．的最小值为

C．的最小值为

D．的最小值为



1. **单选题**

1．（2024·河南南阳）已知，且，则的最大值为（       ）

A．2 B．5 C． D．

2．（2024·四川·模拟预测）已知直线经过点，则的最小值为（    ）

A．4 B．8 C．9 D．

3．（2024四川成都·阶段练习）设，则 （    ）

A． B．

C． D．

4．（2024·安徽省）若，则的最小值为（       ）

A．4 B．3 C．2 D．1

5．（2024北京）已知不等式对任意正实数*x*，*y*恒成立，则正实数*a*的最小值为（       ）

A．2 B．4 C．6 D．8

6．（2024·山东临沂）已知，且，则有（       ）

A．最大值 B．最小值 C．最大值 D．最小值

**7**．（2024云南德宏）已知正项等比数列中，成等差数列.若数列中存在两项，使得为它们的等比中项，则的最小值为（    ）

A．3 B．4 C．6 D．9

8．（2024北京）设，，，则（    ）

A．有最大值8 B．有最小值8

C．有最大值8 D．有最小值8

1. **多选题**

9．（2024高三·全国·专题练习）下列命题中，为真命题的有（    ）

A． B．

C． D．

10．（2024四川成都·期中）已知，，且，下列结论中正确的是（    ）

A．的最大值是 B．的最小值是

C．的最小值是8 D．的最小值是

11．（2024·全国·模拟预测）已知正实数*a*，*b*，*c*满足，则（    ）

A． B．

C． D．

1. **填空题**

12．（2024山东菏泽·阶段练习）若两个正实数满足，且不等式恒成立，则实数的取值范围为 ．

13．（2023·山东济宁·一模）已知函数且的图象过定点*A*，且点*A*在直线上，则的最小值是 .

14．（2024浙江宁波·阶段练习）已知正实数满足，则的最小值为 .

1. **解答题**

15．（2024湖南岳阳·阶段练习）已知函数（*m*,*n*为常数）.

（1）若，解不等式；

（2）若，当时，恒成立，求的取值范围.

16（2024湖北）已知，．

(1)若，，不等式恒成立，求实数*m*的取值范围；

(2)若不等式恒成立，求实数*m*的最小值；

(3)若．且恒成立，求正实数*a*的最小值．

**17**．（2024陕西西安）某工厂生产某种零件的固定成本为20000元，每生产一个零件要增加投入100元，已知总收入（单位：元）关于产量（单位：个）满足函数：.

(1)将利润（单位：元）表示为产量的函数；（总收入=总成本+利润）

(2)当产量为何值时，零件的单位利润最大?最大单位利润是多少元?（单位利润利润产量）

**18**．（2024重庆沙坪坝·阶段练习）若命题：存在，，命题：二次函数在的图像恒在轴上方

(1)若命题，中均为假命题，求的取值范围？

(2)对任意的，使得不等式成立，求的取值范围.

**19**．（2024贵州贵阳·期末）《见微知著》谈到：从一个简单的经典问题出发，从特殊到一般，由简单到复杂：从部分到整体，由低维到高维，知识与方法上的类比是探索发展的重要途径，是思想阀门发现新问题、新结论的重要方法.

阅读材料一：利用整体思想解题，运用代数式的恒等变形，使不少依照常规思路难以解决的问题找到简便解决方法，常用的途径有：（1）整体观察：（2）整体设元；（3）整体代入：（4）整体求和等.

例如，，求证：．

证明：原式．

阅读材料二：解决多元变量问题时，其中一种思路是运用消元思想将多元问题转化为一元问题，再结合一元问题处理方法进行研究.

例如，正实数满足，求的最小值．

解：由，得，

，

当且仅当，即时，等号成立．

的最小值为．

波利亚在《怎样解题》中指出：“当你找到第一个蘑菇或作出第一个发现后，再四处看看，他们总是成群生长”类似问题，我们有更多的式子满足以上特征.

结合阅读材料解答下列问题：

(1)已知，求的值；

(2)若正实数满足，求的最小值．