**江苏省仪征中学2024-2025学年度第一学期高三数学学科导学案**

**1.利用导数研究不等式**

研制人：孙庆杨 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

 1.以函数知识为载体,利用导数为工具研究函数的性质(单调性、极值、最值).

 2.对于几个不等式同时恒成立问题、存在性问题, 会分别转化得到参数的范围问题.

 3.通过数形结合思想、分类讨论思想、函数与方程思想、转化与化归思想等, 深入地培

 养我们分析问题和解决问题的能力.

 **【基础训练】**

1.判断正误. (正确的打“$√$”,错误的打“×”)

(1)要证明$f(x)>g(x)$,只要证明$f(x)\_{min}>g(x)\_{max}$. ( )

(2)要证明$f(x)>g(x)$,只要证明$[f(x)−g(x)]\_{min}>0$. ( )

(3)若$f(x)\_{min}>g(x)\_{max}$, 则$f(x)>g(x)$. ( )

(4)若对任意的$x\_{1},x\_{2}$,都有$f\left(x\_{1}\right)>g\left(x\_{2}\right)$,则$f(x)\_{min}>g(x)\_{max}$. ( )

(5)若存在$x\_{1},x\_{2}$, 使得$f\left(x\_{1}\right)>$ $g\left(x\_{2}\right)$, 则$f(x)\_{max }>g(x)\_{max }$. ( )

2.已知函数$f(x)=lnx−kx$,若$f(x)$在定义域内不大于0, 则实数$k$的取值范围为( )

A.$\left[\frac{1}{2e},+\infty \right)$ B.$\left[\frac{1}{e},+\infty \right)$ C.$\left[\frac{1}{2\sqrt{e}},+\infty \right)$ D.$\left[\frac{1}{\sqrt{e}},+\infty \right)$

3.若$(x−e)^{2}+a⩾\frac{ln⁡x}{x}$在$(0,+\infty )$上恒成立,则实数$a$的最小值为( )

$A.−1$ $B.\frac{1}{e}$ $C.0$ $D.e$

4.(多选题)下列不等式恒成立的是( )

A.$∀x\in \left(0,\frac{π}{2}\right),sinx>\frac{2}{π}x$ B.$lnx⩽x−1$

C.$e^{x}⩾x+1$ D.$\frac{1}{2}x>\sqrt{x−1}$

5.已知函数$f(x)=\frac{e^{x}}{x}−mx$,若$f(x)>0$在$(0,+\infty )$上恒成立,则实数$m$的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

**【知识梳理】**

**【例题精讲】**

**考点一 利用导数证明不等式**

**例1.** 设函数$f(x)=2xlnx+1$.求证：$f(x)⩽x^{2}−x+\frac{1}{x}+2lnx$.

**变式** （2024·郑州一模）已知函数*f*（*x*）＝*a*ln *x*＋*x*，*g*（*x*）＝$\frac{e^{x}－1}{x}$＋1，*a*∈**R**.

 （1）讨论函数*f*（*x*）的单调性；

 （2）若0＜*a* ≤1，证明：对任意的*x*＞0，*f*（*x*）＜*g*（*x*）恒成立.

**考点二 含参不等式恒成立或存在性问题**

**例2.** (1)已知函数$f(x)=x\left|x^{2}−a\right|$, 若存在$x\in [1,2]$, 使得$f(x)<2$, 则实数$a$的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_.

(2)已知函数$f(x)=x−1−alnx$,且$f(x)⩾0$,则实数$a=$\_\_\_\_\_\_\_\_.

**变式** 已知函数*f*（*x*）＝ln *x*＋*a*（1－*x*），*a*∈**R**. 若存在*x*∈（0，＋*∞*），使得

 *f*（*x*）≥2*a*－2成立，求实数*a*的取值范围.

**考点三 含双量词的恒成立或存在性问题**

**例3.** 已知函数$f(x)=ae^{x}−x−ae$,若存在$a\in (−1,1)$,使得关于$x$的不等式$f(x)−k⩾0$恒成立,求$k$的取值范围.

**【课堂小结】**