高中数学直线与圆锥曲线位置关系解题方法探究

□侯福红　牙克石林业第一中学

【摘要】　在高中教育阶段，数学是一门十分主要的学科，在数学教学过程中，有利于提升学生的思维能力与分析能力。数学教师必须采取合理的教学方法实施教学，进而为学生学习和解决数学知识打下坚实基础。在高中数学教学中，直线与圆锥曲线位置关系是教学的重点与难点，部分学生由于解题思路不清晰，因而学生的学习效果不良好。因此，本文针对高中数学直线与圆锥曲线位置关系解题方法进行了探究，从而为增强教学效果创造有利条件。

【关键词】　高中　数学　直线与圆锥曲线位置关系　解题方法

一、直线与圆锥曲线位置关系教学存在的问题

当前，在高中数学教学过程中，线与圆锥曲线位置关系是教学中的重要组成部分，由于该部分知识点有一定的难度，因而增加了学生解答问题的难度。通常情况下，在教学期间，有很大部分学生在处理该类问题时思路比较欠缺，教师过于将教学的重点放在培养学生的计算能力上，并且在解题方法方面，对于探索性问题和定值定点等问题而言，所提出的解题方法仅仅是根据类型题进行归纳和罗列，因而未能在问题的共通性方面加以提炼，所以对学生的引导难以起到良好的效果[1]。总而言之，部分学生对解析几何的本质没有本质上的了解，因而对高中数学直线与圆锥曲线位置关系的理解不透彻，而且所掌握的解题方法也不是十分健全。因此，在诸多因素的限制下对学生顺利解答数学直线与圆锥曲线位置关系问题产生了一定的影响，学生没有形成明晰的思路模式，如果遇到新题静很难达到触类旁通的目的。为了确保学生对高中数学直线与圆锥曲线位置关系教学内容有全面理解，教师要采取有效的方法正确引导学生学习数学知识，向学生传授高效的解题方法，从而为学生解答问题提供有利依据。

二、高中数学直线与圆锥曲线位置关系主要的解题方法分析

2.1 点差法

在高中教育时期，为了增强教学效果，促进学生获取丰富的数学知识，也极大的提升其综合能力，教学应当采取合理的方法进行教学，从而为学生深入学习数学知识创造有利条件。直线与圆锥曲线位置关系是数学教学中的重点内容，由于该部分内容有一定的复杂性，所以增加了学生解答问题的难度。基于此，为了确保学生明确解题模式，掌握正确的解题思路，教师要向学生灌输有效的解题方法，进而为增强学生分析与解决问题的能力奠定良好基础。

点差法是一种有效的解题方法，从本质上来讲，在一定

式进行项目的探究与学习。

2.3 促进“理实一体化”师资队伍的科学全面建设

在电子专业课程的教学改革过程中，职业技能大赛作为非常重要的展示平台，发挥着关键性的作用，能够全面促进师资队伍的建设，能够全面优化师资力量的建设。一直以来，在电子专业课程的教学过程中，理论教师以及实践教师的角色是相对分明的，理论教师负责理论教学的渗透以及传输，实践教师负责实践课程的开展，他们之间缺乏有效的联动与互动。以职业技能大赛为依据，能够在很大程度上激发教师的学习主动性，能够在很大程度上优化教师的综合素养。在学生参与职业技能大赛的过程中，教师要发挥必要的引导作用，要给予学生科学的指导，这就要求教师既要具备夯实的理论体系，也要具备夯实的实践素养，更要熟练掌握相关设备的操作以及操控等。可见，伴随着职业技能大赛的深入，能够在很大程度上推动理论教学与实践教学的新型的“一体化”教师队伍的构建。

2.4 促进“多元考核评价体系”的科学有效构建

在电子专业课程的教学改革过程中，为全方位提升教学改革的整体成效，不断优化学生的实践素养以及应用能力，应该创新运用多元化的教学评价体系，综合系统的评价学生的综合素养。在职业技能大赛的开展过程中，依托于多元化的考核形式，必须辅之以相对完善的“多元考核评价体系”。在给予学生一定的评价以及考核的过程中，既要关注学生的理论学习成果，同时也要关注学生的实践操作技能。同时，在考核形式上，既要采用传统的闭卷考试的方式，也要兼顾采用相对开放的实践操作、上机实验等考核方式。

结论：电子专业课程是实践性比较强的综合课程，在电子专业课程的教学改革过程中，应该充分发挥职业技能大赛的促进作用，更好的推动专业课程体系的改革与发展，全方位优化学生的实践素养以及岗位适应能力。

参考文献

[1] 李禄辉，段小彦，刘伟芬．职业院校技能大赛促进教学改革的研究与实践——以医药类专业为例 [J]. 求知导刊，2017(34).
[2] 晁松杰，尤喜．论职业技能大赛对职业院校电子类专业课程改革的促进作用[J]. 时代报告，2017(12).

张正勇（1986.10.04），男（汉族），重庆江津人，郴州市理工职业技术学校助理讲师。研究方向：电子专业的专业课程设置、人才培养方案、教学效果提高等。

程度上，点差法体现出了设而不求和整体换代的主要解题思想，对解决直线与圆锥曲线位置关系这一类问题发挥了关键作用，所以点差法得到了广泛的应用，尤其是在高中数学教学中。在利用点差法解答过程中，主要是解决垂直平分线问题、弦中点轨迹和中点弦的问题等，因而突显了点差法的不等价性，在实际运用期间，应当充分考虑到判别式 $\Delta > 0$ 是否成立。

例如，若抛物线 $y=ax^2-1(a \neq 0)$ 上一直有关于直线 $x+y=0$ 对称的相异两点，求 a 的范围[2]。

解：分别设两个相异的对称点为 A（x_1, y_1），B（x_2,y_2），线段 AB 中点是 M（x_0, y_0），根据抛物线 $y=ax^2-1(a \neq 0)$，得出 $y_1=ax_1^2-1$，$y_2=ax_2^2-1$，那么，$y_2-y_1=a(x_2-x_1)(x_1+x_2)$。$\therefore \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=a(x_1+x_2)$，因而 $k_{AB}=2ax_0$。因为直线 $x+y=0$ 和直线 A 相互垂直，得出 $2ax_0=1$，$\therefore x_0=\frac{1}{2a}$。同时，$\because M$（$x_0, y_0$）在直线 $x+y=0$ 之上，$\therefore y_0=-\frac{1}{2a}$。因此，点 M 的坐标是 $(\frac{1}{2a},-\frac{1}{2a})$。因为 M 点在抛物线 $y=ax^2-1(a \neq 0)$ 内部，将原点作为参考点，根据图形（如图 1 所示），得知，如果 a ＞ 0，即 $y_0 > ax_0-1$，代入后得出 $a \rangle \frac{3}{4}$；如果 a ＜ 0，而且 $y_0 < ax_0-1$，代入后得 $a \in \phi$。总之，a 的取值范围是 $(\frac{3}{4},+\infty)$。

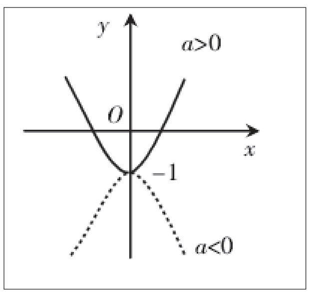

图 1

再例如 2018 年新课标Ⅲ 16，已知点 M（－ 1，1）和抛物线 C：$y^2 = 4x$，过 C 的焦点且斜率为 k 的直线与 C 交于 A，B 两点．若∠ AMB ＝ 90°，则 k ＝______.

解：因为以抛物线的焦点弦为直径的圆与准线相切，所以 AB 中点 N 纵坐标与 M 点纵坐标相等，即 $y_N=1$。设 A（x_1, y_1），B（x_2, y_2），

由点差法可得，$y_1^2=4x_1, y_2^2=4x_2, (y_1+y_2)(y_1-y_2)=4(x_1-x_2)$

$$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{4}{y_1+y_2}=\frac{4}{2}=2$$

即 $K=2$。用点差法解决这个选择题压轴题，大大减少了计算量，节省时间的同时提升了准确率。

2.2 化归思想

从近年来各地区高考典型试题可以看出，对于高中数学直线与圆锥曲线位置关系解题的思路而言，在解题过程中主要涉及到两个变量，分别为目标变量与参变量，通过一个变量的取值范围继而求出另外一个变量的取值范围。为了确保学生能够正确的解决直线与圆锥曲线位置关系的问题，教师可以采用化归思想进行解题，从而为学生指明解题方向。如图 2 所示，已知椭圆 C $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a \rangle b \rangle 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，点 A（m，n）与 P（0,1）均在椭圆 C 上，直线 PA 与 x 轴相交于 M。

（1）求椭圆 C 的方程和点 M 的坐标（用 m、n 表示）。

（2）假设 O 为原点，点 A 和 B 关于 x 轴对称，并且直线 PB 和 x 轴相交于 N[3]。试问，y 轴上是否存在点 Q，使∠ OQB= ∠ ONQ，如果存在求点 Q 的坐标，如果不存在，说明理由。

解：（1）根据依据条件，求得 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$，最终求得 M $(\frac{m}{1-n},0)$。

（2）由于点 A 和 B 关于 x 轴对称，点 A（(m,n)）$(m \neq 0)$，且直线 PB 和 x 轴相交于 N，那么，N $(\frac{m}{1+n},0)$。

若存在点 Q 使∠ OQB= ∠ ONQ，相当于存在点 Q（0，y_0）使 $\frac{|OM|}{|OQ|}=\frac{|OQ|}{ON}$。因此，$y_Q$ 满足于 $y_Q^2=|xM|\bullet|x_N|$。由此可知，$x_M=\frac{m}{1-n}, x_N=\frac{m}{1+n}, \frac{m^2}{2}+n^2=1$。同时，$y_Q^2=|x_M|\bullet|x_N|=\frac{m^2}{1-n^2}=2$，因而 $y_Q=\pm\sqrt{2}$。因此，在 y 轴上存在点 Q（0，$-\sqrt{2}$）或者是点 Q（$0,\sqrt{2}$），使∠ OQB= ∠ ONQ。

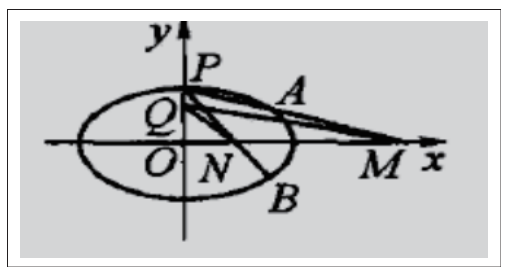

图 2

再比如我们常见的题干信息有：四边形 OAPB 能否为平行四边形？∠ F_1PF_2 的角平分线与 x 轴的交点为 Q，以 AB 为直径的圆恒过点等等，都要进行相应的化归。

总之，在解决高中数学直线与圆锥曲线位置关系问题过程中，为了确保学生顺利的解答问题，教师要向学生传授有效的解题技巧与方法，结合具体的图形合理的利用化归思想，通过科学的运用化归思想，将复杂的问题以简单的方式进行处理，从而极大的增强了学生学习高中数学的积极性。

三、结束语：

在高中数学教学时，解析几何是教学体系中比较主要的组成部分，在历届高考中，其是考察的重点内容，数学直线与圆锥曲线位置关系作为教学的重点与难点，深受广大师生的关注。由于受到诸多因素的影响，导致教学效果并不良好，学生的解题模式不完善，尤其是在解答直线与圆锥曲线位置关系问题过程中，因为需要将函数思想与解析几何内容有机整合在一起，但大部分学生很难达到融会贯通的目的，为了正确引导学生学习该部分知识。

同时，为了促进学生掌握丰富的数学知识，以便积极应对高考，教师应当向学生灌输较好的解题技巧与方法，从而对数学知识有更透彻的理解。

参 考 文 献

[1] 曹钰 . 直线与圆锥曲线位置关系中的解题技巧 [J]. 中国科教创新导刊 ,2012(27):29.
[2] 李志民 . 几类直线与圆锥曲线的位置关系问题的解法与启示 [J]. 中文信息 ,2015(6):283-283,215.
[3] 俞国军 . 高考题打造为探究型问题的策略——以一节 " 直线与圆锥曲线的位置关系 " 的复习课为例 [J]. 中学数学研究 ,2011(3):18-20.