

临深渊登高山,一览众山小

——高三一轮复习课“双曲线(1)”课例探究

◎潘永斌 (南京市第十三中学 江苏 南京 210008)

【摘要】针对江苏高考内容及模式,南京市教研室就高三一轮复习课已给出了成熟而高效的课型模式,并成功实践多年,效果显著.与此同时,高三一轮复习课还应有其区别于高一、高二复习的“高度”和“深度”,着眼于学生对高中知识点的整体把握和架构,兼顾学生在知识与能力两方面的共同提高.

【关键词】一轮复习;双曲线;高度;深度

一、架构“高度”与探寻“深度”

(一)高三一轮复习应具备一定的“高度”

到了高三一轮复习阶段,学生已完整地学习了高中数学所有内容,对知识体系、方法体系及数学思想应有一个总体的把握,也就是我们应引领学生站在一个“高处”去俯视具体的知识点、问题及思想方法,对其有一个全局的认识,了解各部分内容的联系、方法的迁移及数学思想的统一.

(二)高三一轮复习应具备一定的“深度”

“双曲线”为高考的A级点要求,笔者的理解是因为它和椭圆近乎一致的内容和方法,使得对其的考查通常以椭圆为载体出现,但难度不等同于深度,我们更应重视它所承载的“深度”,即对于双曲线所承载的解决圆锥曲线问题一般方法的提炼及研究新问题的一般思维模式的培养.在一轮复习阶段,我们应该始终保持两线并行:一是对知识点的覆盖复习,二是对学生数学思维和能力的培养与提高.

二、教学过程

(一)两个问题的提出 提炼高度

从常规角度,一轮复习课的第一环节应该是由小问题引入对知识点的回忆,而笔者在这之前加问了两个问题.

问题1 双曲线应该复习、研究哪些内容?

笔者为这个大问题又设计了小问题串作为引导.小问题1:双曲线属于哪一类曲线?小问题2:我们之前研究了哪个圆锥曲线?小问题3:我们复习、研究了椭圆的哪些内容?

通过小问题的回顾与回答,学生豁然开朗,我们要的不仅是这个问题的答案,更是希望学生能练成俯视全局的双眼,看清知识的全貌和它们之间的联系.

问题2 怎样研究?

这是一个涉及“视角”和“高度”的问题,继续用两个小问题引导学生思维.小问题1:圆锥曲线是属于数学中的哪个分支?小问题2:解析几何的本质是什么?

当“以形助数、以数解形”这八个字出现在投影上的时候,希望学生站在“高处”,将“高度”注入一轮复习的尝试也正式拉开序幕.

(二)基础自测 挖掘“深度”

波利亚说过“一个专心的认真备课的老师能够拿出一个有意义但又不复杂的题目,去帮助学生挖掘问题的各个方面,使得通过这道题就好像通过一道门,把学生引入一个完整理论领域”.

“完整的理论领域”可以理解为知识层面和方法、思维、能力层面.因此,“不复杂”指的是“难度”,“有意思”指的是“深度”.在基础自测题的设置上,我们不追难,但也不能如默写概念般的毫无营养,小题的设置,一方面,应能直接引

起学生对本课知识点的回忆与思考,另一方面,也应承载对解决问题一般方法和思维的培养,即所谓的“深度”.

“双曲线(1)”从知识的角度主要有三个方面的问题:

① 定义,包含统一定义;② 标准方程;③ 重要基本量及关系.因此,在基础自测题的设置上笔者也将其大致分为三个段落.

第一段落:1.已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的左、右焦点,AB是左支上过点 F_1 的弦,且 $AB = 6$,则 $\triangle ABF_2$ 的周长为_____.

这个问题围绕双曲线的定义展开,在分析的过程中,笔者试图引导学生从解决一切问题的思维顺序入手,即问题的识别→知识、方法的选择→具体的操作,在问题识别阶段,提炼出涉及焦半径问题时,优先用定义,并注意焦半径范围的方法联想.

在利用统一定义解决焦半径范围时,学生亦可体会“以形助数、以数解形”的数学思想方法.

在解决问题的过程中,兼顾了对知识点的回忆和对数学思想方法及解决问题的一般路径的体会,难度没有提高,但始终没有放弃对“深度”的体会和挖掘.

第二段落:2.已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦距为10,点 $P(2, 1)$ 在C的渐近线上,则C的方程为_____.

选取有关标准方程、基本量及其关系问题,帮助学生回忆知识点及操作技巧.

第三段落:3.已知双曲线 $2mx^2 - my^2 = 2$ 的一条准线方程是 $y = 1$,则 $m =$ _____.

笔者认为,基础自测问题在兼顾知识和方法的同时,也应承担起暴露学生典型错误的功能,此问题的设计主要是暴露学生在第三环节——具体的操作上出现的典型错误.在涉及方程标准形式时,必须先设(或化)为方程的标准形式,并注意区分焦点在哪个轴上.

三个段落,对于问题的识别、题型的判断,到知识的选择、方法的联想,最后再到具体的操作层面的操作要领,中间穿插“数、形”的结合,全面串起了学生对概念、方法的回忆与思考,也对解决一般问题的模式和思维进行了又一次的实践和提升.

(三)例题分析 展示、优化、迁移、提升

例 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两个焦点为 F_1, F_2 ,若P为其上一点,且 $|PF_1| = 2|PF_2|$,则双曲线离心率的取值范围为_____.

在此阶段,学生识别题型与提炼方法,教师在学生分析的基础上明确考点题型,帮助学生达成对这类题型的思考方向,同时帮助学生分析方法的选择和优化.学生整理、强化对基本想法的认识的同时,进一步订正自己出现的错误,规范自己的表达,补充做法,再次领悟比较各种方法的优劣和合理性,分析方法使用的特征,认识方法的优化,达成迁移的清晰度.