

基于深度学习的高中数学概念教学研究

——以“全概率公式”教学设计为例

文 | 田鲜丽 常春锋 陈华威

教师在高中数学教学中应不断践行深度学习的教学理念,培养学生具有批判性、创新性思维的能力,使其养成自主学习、主动学习、深度学习的习惯,最终,完成新课程核心素养教学,实现立德树人根本任务。

一、问题提出

新课标指出,普通高中的培养目标是进一步提升学生的综合素质,着力发展学生核心素养,使学生具有理想信念和社会责任感,具有科学文化素养和终身学习能力,具有自主发展能力和沟通合作能力。高中数学在基础学科拔尖创新人才培养方面承担着重要的历史使命。新课程背景下,如何更好地完成教学目标,实现教师专业发展是高中教学改革的重中之重。为此,我带领团队深挖教材,从概念教学出发,帮助学生把抽象概念简单化,深度思考数学思想。下面以全概率公式教学设计为例进行逐步探究。

二、教材剖析

本节课选自普通高中教科书北师大版数学(选择性必修一)第六册“概率”第一节“随机事件的条件概率”。全概率公式是概率论中的重要公式,通过互斥事件的概率加法公式和条件概率的乘法公式计算概率,抽象出全概率公式。在“条件概率”的基础上,从已知简单事件的概率推算出未知复杂事件的概率,蕴含了“化整为一、积零成整”,将受多个因素影响的复杂事件概率分解成若干个简单事件概率之和,反映了部分与整体、数据优化、化复杂为简单的辩证思想,核心是培养学生拆分整合、抽象概括、用

数学知识解决实际问题的能力。教学重点是“以学生为本”,利用“问题串”等引导学生独立思考、自主探究、合作交流,通过模型演示、案例分析,使学生探索知识的来龙去脉,理解其本质,学会应用情境和借助全概率公式来解决实际问题,达到切实学好数学知识、提升数学学科核心素养的目的,实现授人以渔的育人理念。

三、目标解析

本节课通过寻找随机现象的规律并从数学上加以刻画,了解全概率公式的背景来源、基本思想,掌握全概率公式的适用环境、解决方法和实际应用。

为达成教学目的,教研组采取模型演示的方法,用“三门问题”创设情境,用“问题串”引导学生独立思考、自主学习、合作探究,步步深入。通过探究过程,学生体会和模型有关的随机思想、部分与整体的转化,有利于培养学生将实际问题转化为数学问题,以及提出问题、分析问题、解决问题的能力。

通过深化概念的形成、消化及应用,培养学生运用数学知识解决问题的能力,通过深度学习逐步提升学生数学抽象、数学运算、数据分析等核心素养。借助小组合作探究和课后资料查阅、报告整理,逐步培养学生的团队合作意识和科研兴趣。

四、学情分析

概率的应用性和实践性较强,为了让学生掌握全概率公式的计算和使用环境,教学中可以让学生自主探究,抽象总结出全概率公式的概念。重点是帮助学生完成概念的构建,突破对全概率公式的理解

注:本文系2020年度河南省基础教育教学研究项目“新课程背景下中学数学教师的专业发展问题研究”(JCJYC20031712)的研究成果。

作者简介:田鲜丽(1976—),女,河南上蔡人,首都师范大学教育硕士,中学高级,研究方向:拔尖创新人才培养的探究课程构建。

常春锋(1982—),男,河南上蔡人,本科,中学一级,研究方向:大单元教学策略。

陈华威(1982—),男,河南上蔡人,本科,中学一级,研究方向:中学数学教师的专业发展。

及应用难点,让学生深度理解样本空间的划分。通过反思,深度学习概念及本质、灵活掌握概念的应用环境、使用方法。让学生学会拆分样本空间,锻炼学生的数学转化和计算能力,实现学以致用。

五、教学策略

首先,从模型演示引入“三门问题”,从特殊到一般,层层递进,用“问题串”启发和引领学生学习、探究,达到理解、掌握知识的目的。选择实例,设计问题。问题驱动兴趣,让学生主动参与知识探究,养成习惯,提升能力。其次,通过探究式教学提出探究问题,确定探究方案,完成探究过程。独立思考和小组合作为不同认知基础的学生提供了交流的机会,能实现深度学习的目的。探究过程中重视学生思维的形成,通过探究,激发学生学习兴趣,让学生真正成为知识的“发现者”和“探索者”。最后,落实立德树人根本任务,培育学生科学精神和创新意识,提升学生数学学科核心素养。通过知识与生活的深度融合,提高教学的有效性,引导学生感悟数学的科学价值、应用价值、文化价值和审美价值。教师建立多元评价体系,增强学生自信,帮助学生认识自我,完善并改进教学。

六、教学设计

(一)创设情境,引入课题

教师拿出山羊、汽车、三扇门模型。汽车放置于三扇门其中一扇的后面,其他门后均为山羊。让学生选定任意一扇门,不允许打开,教师将打开另外一扇门,打开的既不是学生选定的,也不是学生想要的汽车。教师问:同学们是否要改变你的选择,改选另一扇没有打开的门呢?让学生亲自参与教学,激发学生的学习兴趣。通过“问题串”启发学生思考:

作为参与者的你,是否要改变你的选择,改选另一扇没有打开的门?你决策的依据是什么?怎样求改选另一扇没有打开的门获得汽车的概率?

然后让学生展开小组讨论、合作探究并展示成果。其中一个小组回答:

记: B_1 :选择山羊1; B_2 :选择山羊2; B_3 :选择汽车; A :改选汽车

由分析知: $P(B_1)=P(B_2)=P(B_3)=\frac{1}{3}$, $P(A|B_1)=P(A|B_2)=1$, $P(A|B_3)=0$

$$\begin{aligned} \text{由全概率公式得: } P(A) &= P(AB_1) + P(AB_2) + P(AB_3) \\ &= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) \\ &= \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0 = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

设置意图:让学生体会数学来源于生活,服务于生活。让知识融入生活,调动学生积极性,从多个维度去发现、解决问题,探究感知概念,深入思考问题的本质。

(二)更新情境,认识概念

教师让学生观察教材184页问题6,展开自主学习、独立思考,举手回答。(一分钟时间让学生发言)

生:设事件 B_i 表示“所取到的产品是由第 i 家工厂提供的”($i=1,2,3$),事件 A 表示“取到的是一件次品”,其中 B_1, B_2, B_3 两两互斥, A 发生总是伴随着 B_1, B_2, B_3 之一同时发生,即 $A=B_1A \cup B_2A \cup B_3A$,且 B_1A, B_2A, B_3A 两两互斥,同样,运用互斥事件概率的加法公式和乘法公式得到

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B_1A) + P(B_2A) + P(B_3A) \\ &= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) \\ &= 0.0125 \end{aligned}$$

设置意图:让学生运用互斥事件概率的加法公式和条件概率的乘法公式进行自主学习,归纳出问题的共性,将其一般化,为抽象概括全概率公式做准备,为理解全概率公式的意义奠定基础。让学生时刻围绕教材展开思考,进行深度拓展。

师:请同学们思考并总结。

生:通过上面的问题,发现其中随机事件概率的共性。如果 B 是由原因 $A_i(i=1,2,\dots,n)$ 所引起,则 B 发生的概率是 $P(BA_i)=P(A_i)P(B|A_i)$,由于每一个原因都可能导致 B 发生,且各原因彼此互斥并涵盖所有可能的情形,故事件 B 发生的概率是各原因引起 B 发生概率的总和,即 $P(B)=\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)$

(三)抽象概括,构建新知

经过刚才的总结,请各小组进行样本空间划分。

第三小组:设 Ω 是试验 E 的样本空间, $A_1, A_2, \dots, A_n$ 为样本空间 Ω 的一组事件,若(1) $A_i A_j = \emptyset$,其中 $i \neq j(i, j=1, 2, \dots, n)$,

(2) $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$,则 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 称为样本空间 Ω 的一个划分。

请学生总结并写出全概率公式的概念。

设 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 为样本空间 Ω 的一个划分, 若 $P(A_i) > 0 (i=1, 2, \dots, n)$, 则对任意一个事件 $B \subseteq \Omega$ 有 $P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)$, 该公式为全概率公式。

教师抽查后发现, 全班 40 个学生中有 38 个学生完整写出, 达到了预期目标。

教师总结: 全概率公式本质上是综合运用加法公式和乘法公式解决“多因一果”的概率问题。它告诉我们, 事件 B 发生的概率恰好是事件 B 在各种可能“原因”下发生的条件概率的加权平均。

设置意图: 让学生自己感悟知识, 深度学习知识的来龙去脉, 培养学生抽象思维能力, 并领悟知识的本质, 深度理解概念本质, 学会概念的使用方法。

设置以下“问题串”引导学生深度思考: (1) 你认为全概率公式的推导过程蕴含了哪些数学思想? (2) 你认为利用全概率公式求随机事件的概率关键是什么呢?

设置意图: 让学生回顾知识, 总结知识的建构过程, 启发学生搭建知识网络。

(四) 应用公式, 巩固新知

例: 一项血液化验用来鉴别是否患有某种疾病, 在患有此种疾病的人群中, 通过化验有 95% 的人呈阳性反应, 而健康的人通过化验也会有 1% 呈阳性反应, 某地区此病患者人数占 0.5%, 则: 某人化验结果为阳性的概率是多少? 请各组派代表板书解答。

五个小组板书全部正确。(答案: 由全概率公式可知: $P(A) = 0.5\% \times 95\% + 99.5\% \times 1\% = 1.47\%$)

开展课堂小组对抗赛进行概念的深度学习: 教师下发课前准备的定时练, 出示 10 个关于全概率公式的选择题, 让五个小组展开比赛, 10 分钟后进行互换批改, 结果发现准确率达到 95%, 超出课前估计水平。

(五) 课题小结, 提炼过程

教师再次提出问题: 同学们, 本节课你有什么收获? 在这个过程中你有什么体会?

设置意图: 通过谈过程、体会, 让学生重温知识的形成过程, 进行课堂反思, 深度理解全概率公式概念的应用环境、使用方法, 把知识连贯化、系统化。

(六) 布置作业, 课后探究

1. 课本 188 页练习 1。

2. 实践探索: 课余时间, 小组通过查阅“波利亚罐子问题”谈谈: 波利亚罐子问题与传染病的关系, 我们如何做好防控措施; 进行小组探究, 提交探究报告或成果。

设置意图: 巩固知识, 熟练利用全概率公式; 培养学生查阅资料、阅读文献的能力; 根据研究报告完成情况组织评选, 通过评委、专家审核, 评价学生对全概率公式的理解、掌握情况。对本节课的教学进行评估, 完善教学策略; 根据新课标要求, 落实改革创新、完善人格、培育人才、造福人民的目标, 落实立德树人根本任务, 提高数学学科核心素养, 为国家培养创新型拔尖人才奠定基础。

七、反思评价

本节课在条件概率的基础上, 通过多个简单事件的概率, 推算出未知复杂事件的概率, 是本章内容的总结和综合应用。教学中采用学生自主学习、小组合作探究的教学方法, 激起学生的学习兴趣, 增强了学生的求知欲。利用“问题串”引导学生思考, 使其进行深度学习, 以问题为导向, 深度挖掘知识的形成过程, 围绕新课程核心素养要求, 使学生轻松学会知识、学会学习。同时也有助于教师改进教学, 提高教学质量。由于时间的把控, 部分学生的发言要求没有得到满足, 一部分极好的思路没有得到吸纳。实践证明, 学生的学习积极性、参与度得以提高, 实现了教学目标, 达成了数学课程标准要求, 落实了以生为本、立德树人的根本任务。

八、总结

高中数学教改源于教材, 高于教材, 以生为本, 学为中心。在教师的精心组织下, 学生经历思考、探究、验证、应用等环节, 自然地得到新知识、新方法。通过深度学习, 经历深层次思考, 感悟学习方法, 达成教育目的。以后, 我们会积极开发校本课程, 融合深度学习概念, 完成培养拔尖创新型人才的教育使命。

参考文献:

[1] 何玲, 黎加厚. 促进学生深度学习[J]. 现代教育, 2005(5): 29-30.

[2] 田鲜丽. 高中数学探究式教学的策略研究[D]. 北京: 首都师范大学, 2012.

(作者单位: 河南省上蔡第一高级中学)

编辑: 赵飞飞