复数一轮复习备考指南

■贵州省贞丰中学 王应刚

一、考点解读

1.复数的有关概念

(1)定义:我们把形如 $z=a+bi(a,b\in\mathbf{R})$的数叫做复数,其中 a 叫做复数 z 的实部,b 叫做复数 z 的虚部(i为虚数单位)。

(2)分类:①若 $a+bi$ 为实数,则 $b=0$;②若 $a+bi$ 为虚数,则 $b\neq0$(特殊:$a+bi$ 为纯虚数$\Leftrightarrow a=0$ 且 $b\neq0$)。

(3)复数相等:若 $a+bi=c+di$,则 $a=c$ 且 $b=d(a,b,c,d\in\mathbf{R})$,即若两个复数相等,则它们的实部等于实部,虚部等于虚部。

(4)共轭复数:若 $a+bi$ 与 $c+di$ 共轭,则 $a=c,b=-d(a,b,c,d\in\mathbf{R})$,即若两个复数互为共轭复数,则它们的实部相等,虚部互为相反数。

2.复数的几何意义

(1)复数 $z=a+bi$ 与复平面内的点 $Z(a,b)$及平面向量 $\overrightarrow{OZ}=(a,b)(a,b\in\mathbf{R})$是一一对应关系。(注意:复平面内实轴上的点表示实数,除原点外虚轴上的点表示虚数,各象限内的点都表示复数)

(2)复数 $z=a+bi$ 的模:向量 $\overrightarrow{OZ}$ 的模叫做复数 $z=a+bi$ 的模,记作$|a+bi|$或$|z|$,即$|z|=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}(a,b\in\mathbf{R})$。模的几何意义:复数的模表示复平面内的点到原点的距离。

3.复数的运算

设 $z_1=a+bi,z_2=c+di,a,b,c,d\in\mathbf{R}$。

加减法:$(a+bi)\pm(c+di)=(a\pm c)+(b\pm d)i$;

乘法:$(a+bi)\cdot(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$;

除法:$\frac{a+bi}{c+di}=\frac{(a+bi)\cdot(c-di)}{(c+di)\cdot(c-di)}=\frac{(ac+bd)+(bc-ad)i}{c^2+d^2}(c^2+d^2\neq0)$。

结论:$z\cdot\overline{z}=|z|^2,|z_1||z_2|=|z_1\cdot z_2|$。

4.复数的三角形式(新高考)

如图1,在复平面中,$r=\sqrt{a^2+b^2}$,$\cos\theta=\frac{a}{r}$,$\sin\theta=\frac{b}{r}$,$\tan\theta=\frac{b}{a}(a\neq0)$。

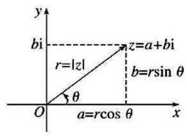

图1

任何一个复数 $z=a+bi$ 都可以表示成 $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$的形式。我们把 $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$叫做复数的三角形式;对应于复数的三角形式,我们把 $z=a+bi$ 叫做复数的代数形式。

复数乘、除运算的三角表示:已知复数 $z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$,$z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$,则 $z_1\cdot z_2=r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)+i\sin(\theta_1+\theta_2)]$,$\frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_1-\theta_2)]$。

二、备考建议

复数在高考中注重基本概念和基本运算的考查,属于难度系数最低层级,在高考一轮复习备考中,需要注意如下几点:

(1)精准掌握复数的相关概念,正确理解复数的实部和虚部、共轭复数、复数的分类等相关知识。熟练掌握通过假设复数的代数形式为 $z=a+bi$,利用复数相等的条件,列出关于实部与虚部的方程,求解出实部与虚部,从而解决问题。

(2)熟练掌握复数的四则运算法则,解决复数的加法、减法、乘法运算时,可以类比实数中多项式的运算,将含有虚数单位的部分看成一项,不含有虚数单位的部分看成一项,分别合并即可。对于复数除法的运算,可以分子分母同时乘以分母的共轭复数,即分母实数化,在进行分母实数化时可以类比实数的分母有理化进行记忆。

(3)对于复平面与直角坐标系的联系,我们需要注意实部与虚部对应的点的位置。复数表示的点与向量具有一一对应关系,在解

二项式定理一轮复习备考建议

■贵州省实验中学 刘朝海

一、考点内容梳理

《普通高中数学课程标准(2017年版)》将二项式定理划归到选择性必修中，具体要求为“能用多项式运算法则和计数原理证明二项式定理，会用二项式定理解决与二项式展开式有关的问题。”其核心目标是解决二项式展开式有关的问题。

通过研究近十年(2013～2022年)全国高考卷中有关二项式定理的考题，不难发现：二项式定理考查的频率相对不高，试题居于填空题的前面两个，题目难度偏低；考查的内容主要是二项式定理中展开式的通项公式及展开式中的一些结论。

二、例题讲解

1.展开式中项与项的系数

二项式展开式中的通项公式是一个核心考点，原因在于通过通项公式可以计算展开式中的任意项。通项公式中有几个概念需要注意区别，以免混淆失分，特别是二项式系数和项的系数之间的辨识。

例1 求$(1-2x)^7$的展开式的第4项的系数。

分析：本题主要考查二项式定理中展开式的通项公式$T_{k+1}=C_n^k a^{n-k}b^k$，考查同学们的数学运算能力。

解：$(1-2x)^7$的展开式的第4项是T_{3+1}

决问题时可以借助数形结合的方法。

(4)在复数问题中出现绝对值时，要注意理解为复数的模的运算，而非取正，可以通过近几年的高考真题进行一轮备考训练，确保复数在高考中不丢分。

三、例题精选

例1 (复数的有关概念)设复数z满足$iz-3-i=z$，则z的虚部为(　　)。

A.$-2i$　　B.$2i$　　C.-2　　D.2

解析：因为$iz-3-i=z$，所以$(1-i)z=-3-i$，则$z=\frac{-3-i}{1-i}=\frac{(-3-i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{-2-4i}{2}=-1-2i$。故选C。

例2 (复数的模)已知复数$z=a+(a-2)i$在复平面内对应的点位于第一象限，且$|z|=\sqrt{10}$，则$\frac{z}{i}=$(　　)。

A.$3-i$　　B.$3+i$

C.$1+3i$　　D.$1-3i$

解析：由题意知$\begin{cases}a>0,\\a-2>0,\end{cases}$由$|z|=\sqrt{a^2+(a-2)^2}=\sqrt{10}$，解得$a=3$或$a=-1$(舍去)，故$\frac{z}{i}=\frac{3+i}{i}=(3+i)\cdot(-i)=-3i+1$。故选D。

例3 (复数的四则运算)已知$a,b\in\mathbf{R}$，i是虚数单位。若$a+i=3-bi$，则$(b-ai)^2=$(　　)。

A.$10+6i$　　B.$-8+6i$

C.$9-6i$　　D.$8-6i$

解析：由$a+i=3-bi$，$a,b\in\mathbf{R}$，可得$a=3$，$b=-1$，所以$(b-ai)^2=(-1-3i)^2=(-1)^2+(-3i)^2+2(-1)(-3i)=-8+6i$。故选B。

例4 (复数的几何意义)若复数z满足$z\cdot(2-i)=2i+3$(i为虚数单位)，则$\bar{z}$在复平面内对应的点位于(　　)。

A.第一象限　　B.第二象限

C.第三象限　　D.第四象限

解析：因为$z\cdot(2-i)=2i+3$，所以$z=\frac{2i+3}{2-i}=\frac{(2i+3)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\frac{4}{5}+\frac{7}{5}i$，所以$\bar{z}=\frac{4}{5}-\frac{7}{5}i$，在复平面内对应的点是$\left(\frac{4}{5},-\frac{7}{5}\right)$，位于第四象限。故选D。

(责任编辑　王福华)