

单元视角下高三一轮复习的

实 践 研 究

——以“三角形”主题复习教学为例

北京市第二十中学 张程艳



一、问题提出

高考备考复习中,一轮复习起着至关重要的作用,不仅要全面梳理知识,更要注重知识之间的联系,纵横比较,揭示规律,提炼方法,构建网络,从而提升学生在陌生情境中解决问题的能力 and 素养。所以,一轮复习不能单纯以回顾知识和解题教学的形式展开,应该立足于单元整体视角,明确单元的逻辑主线,突显单元的核心内容,通过恰当的问题情境,帮助学生建立科学的认知体系,形成解决问题的基本活动经验。下面以“三角形”主题复习为例,阐述单元视角下高三一轮复习课的设计要点。

二、“三角形”主题复习

(一)教学内容分析

在“三角形”的主题复习中,教师要“整体把握几何图形,帮助学生掌握图形与图形的分类,理解图形的特征、性质、相互关系,学会研究基本几何图形,探索图形的应用领域,感悟图形的价值”^[1]。三角形是学生初中最为熟悉的平面几何图形,初中阶段主要研究特殊三角形的性质,以及三角形的全等和相似等内容,是从综合几何的角度研究三角形的几何特征。进入高中阶段,将研究对象从特殊三角形推广到一般三角形,研究的视角不止局限于几何直观,更注重从代数角度探索三角形边长与角度的关系,更注重通过“解方程”确定三角形的基本要素,从而研究三角形的性质,更体现几何与代数的结合。

在“三角形”的复习过程中,学生除了能够通过正弦定理、余弦定理求解三角形,还要通过研究三角形的过程体会几何研究的一般路径。“三角形”的研究大致遵循“基本要素及其关系→几何图形的性质→几何图形的判定→几何图形的分类→与其他图形之间的关系”的基本路径。另外,“三角形”与其他知识板块之间也有着密切的联系,比如平面向量、立体几何、解析几何等。以上内容在一轮复习中都应该有所体现,这样不仅可以帮助学生整合知识,构建知识网络,使其

对单元内容有宏观上的把握,而且能更深刻的理解三角形相关问题的本质。

综合上述分析,本单元复习的核心内容即围绕研究对象——三角形,从图形的基本要素入手,分别从几何和代数两个角度研究三角形的边角关系,并能理解正弦定理、余弦定理的本质,体会方程思想和数形结合的思想方法。

(二)对接高考

笔者对近10年北京卷和全国卷的相关考题进行了统计和分析。

北京卷的填空题与选择题在2017年之前以直接考查正弦定理、余弦定理为主,属于中低档问题;2018年文科的填空题第14题(压轴题)出现了取值范围问题;2020年的选择题第10题(压轴题)以数学文化为背景考查解三角形。解答题主要集中考查求解斜三角形的基本元素,三角形的面积问题,最值问题等,结合考查三角恒等变换,三角函数等相关知识。2016年理科题考查了取值范围问题,2020年和2021年以劣构问题形式呈现,对学生的分析问题能力和运算求解能力提出了更高的要求。

全国卷主要考查已知边角关系利用正弦定理、余弦定理求解三角形或平面图形,以及正弦定理、余弦定理在实际测量问题中的应用。题目的已知条件涉及到的边角关系比北京卷形式复杂,最值问题出现的频次高于北京卷,近两年也出现了劣构问题。

从高考命题方向的改变能够发现,试题的命制逐渐从“解题”向“解决问题”转变,从单纯的考查知识向考查能力和素养转变,试题情境呈现开放性和综合性,所以通过一轮复习要求学生深刻理解正弦定理、余弦定理的本质及其功能,掌握解决三角形问题的一般思路和方法。

(三)学情诊断

高三复习课不同于新授课,学生知道正弦定理、余弦定理的具体内容,能够直接利用公式解决简单的

解三角形问题.但是知识多数以分散的状态分布在头脑中,无法形成体系,绝大多数学生更缺乏由点到面,自主构建知识网络的能力.部分学生对正弦定理和余弦定理只停留在两个公式的记忆层面,对定理本质的理解不够透彻,在面对陌生情境时不能有效的提取相关知识.尤其是在面对近几年出现的劣构问题时,学生不能合理的分析已知条件,从而造成盲目选择,盲目求解的局面.所以,在一轮复习中,通过单元主题的形式,教师应引导学生完成知识网络的构建和定理本质的深刻理解,为后续具体问题的解决做好知识、思想、方法层面的准备;并能通过具体问题的解决,帮助学生积累解三角形问题的基本活动经验.

(四)单元活动设计

基于以上的分析,本单元共安排6个课时,其中第一课时作为单元复习的初始课,主要目标是构建知识网络,理解正弦定理、余弦定理的本质及功能;后续课时基本以开放性问题 and 劣构问题的形式创设问题情境,提升学生应用知识解决问题的能力 and 运算求解能力,并形成解三角形问题的一般思路和方法.

第一课时

学习目标:

1. 建构单元知识网络; 2. 理解正弦定理、余弦定理的本质及功能.

核心学习任务:

问题1: 三角形的基本要素及要素之间的关系有哪些?

问题2: 在三角形的六个要素中,至少需要几个要素可以确定一个三角形,并说明理由.

问题3: 对于三角形,能研究哪些问题?

问题4: 类比研究三角形的思路,能归纳一般几何图形的研究路径吗?

第二课时

学习目标:

1. 能够根据已知条件选择正弦定理、余弦定理求解三角形;

2. 重点探索“边边角”问题解的情况,能用正弦定理、余弦定理从代数角度进行分析.

核心学习任务:(核心问题)在 $\triangle ABC$ 中, $b = \sqrt{7}$,

$$B = \frac{\pi}{3}, \cos C = \frac{\sqrt{7}}{14}, \text{求 } a \text{ 的值.}$$

第三课时

学习目标:以开放性问题为载体,学生在添加条

件的过程中,从数和形两个角度分析三角形解的情况,进一步体会正弦定理、余弦定理在解三角形问题中的价值.

核心学习任务:(核心问题)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $a = \sqrt{7}, b = 2$,请添加条件,使得 $\triangle ABC$ 存在且唯一,并求解这个三角形.

第四课时

学习目标:

1. 以劣构问题为载体,使学生在分析条件的过程中,理解每个条件所呈现出的边角关系,并且能够在多个条件中筛选确定三角形的条件;

2. 能够形成合理的运算求解路径,并且能熟练的完成具体求解过程.

核心学习任务:(核心问题)若存在 $\triangle ABC$ 同时满足条件①、条件②、条件③、条件④中的三个,请选择一组这样的三个条件并解答下列问题:

(I)求 $\angle A$ 的大小;(II)求 $\cos B$ 和 a 的值.

条件①: $\sin C = \frac{3\sqrt{3}}{14}$; 条件②: $a = \frac{7}{3}c$; 条件③:

$b - a = 1$; 条件④: $b \cos A = -\frac{5}{2}$.

第五课时

学习目标:以开放性问题为载体,由学生添加结论,解决不确定三角形的取值范围和最值问题,从数和形两个角度分析、求解问题.

核心学习任务:(核心问题)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $\sin^2 B + \sin^2 C - \sin^2 A = \sin B \sin C$, (1)由已知条件可得____; (2)若 $a = 3$,则____; (3)若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, $a = 3$,则_____.

第六课时

学习目标:梳理总结解三角形问题的一般思路和基本问题,进一步完善单元知识网络.

核心学习任务:根据前期问题的解决,总结解三角形问题的一般思路.

三、实践反思

1. 单元视角下的高三一轮复习与传统复习课相比更突出逻辑主线、核心内容和知识间的关联性.“三角形”主题的逻辑主线是通过边与角的几何特征和数量关系认识和研究三角形,并能够掌握研究几何图形的基本方法.复习过程中除了聚焦本单元的核心内容——利用正弦定理、余弦定理解决三角形问题,还应将知识领域拓宽,纵横关联,将平面向量与解析几何等相关内容进行不同程度的渗透,为后续复习做好准备,也

用解压缩的方法

理解教材

——“对数函数的图像和性质”教学研讨

陕西省西安市高陵区长庆二中 安文华

“四个理解”是章建跃博士提出的重要教学主张,其首要是理解数学,教好数学的前提是教师自己先理解好数学内容。^[1]这些内容以学术形态呈现在教材中,把数学的学术形态化为教育形态,是所有数学教师的责任。^[2]教材是课程的载体,课程是育人的载体,数学教育承载着落实立德树人根本任务,发展素质教育的功能。^[3]而这些任务和功能都被“压缩”在薄薄的教材中,要通过教材,通过课堂,通过教学设计与实施完成。

理解教材要以“解压缩”的方式去解锁知识与技能、还原过程与方法、寻找事实和真相、发现规律和结论、建构价值和体系。要透过教材表面的知识线索看到暗含着数学的思想方法,看到以数学核心素养为集

中体现的育人价值,不能只见知识,不见素养;只见树木,不见树人。挖掘数学内容所蕴含的价值观资源,以提高数学素养、发展思维能力、培育理性精神为核心,使学生在掌握数学知识的过程中学会思考,成为善于认识问题、解决问题的人才。^[4]

笔者在北师大版《数学1》(必修)第三章“5.3对数函数的图像和性质”的教学过程中,深刻体会到“解压缩”教材的必要性,在此探讨教学设计的思考与实践,与您分享。

1. 还原知识发现过程,打开新观念新技能

北师大版《数学1》(必修)第三章为“指数函数和对数函数”,其中第三节“指数函数”的内容依次为:

3.1 指数函数的概念, 3.2 指数函数 $y=2^x$ 和 $y=(\frac{1}{2})^x$

(接上页)提升了学生在综合情境下分析问题、解决问题的能力。

2. 单元视角下的高三一轮复习与传统复习课相比更关注学生深度学习的发生。所谓深度学习,其内涵在于学生以系统化、结构化的知识内容为工具,以提升数学思维与问题解决能力为目标进行的主动的、批判性的学习过程,具有新旧知识点的高效衔接及知识在不同情境中的迁移两大特征。^[2]例如,在“三角形”单元复习的第二课时,围绕一道核心问题展开,学生在解决问题的过程中得到了不同的答案,造成矛盾冲突,从而激发学生探究的欲望。课堂中,学生经历观察、思考、推理、交流、反思、感悟等过程,分别从几何和代数的双重视角认识三角形的多解问题,在复习已有知识的同时又对知识本身有了更深层次的认识。

3. 单元视角下的高三一轮复习与传统复习课相比更注重问题载体的选择。问题载体不再是题目的简单堆砌,而是精心挑选考查核心知识和核心思想方法的问题,以开放性问题或者劣构问题形式呈现,并将“解题”训练转化成“解决问题”的探究活动,让学生在解决问题的过程中,掌握基本知识、基本思想方法,理

解知识的本质,形成基本的活动经验,提升解决问题的能力 and 素养。例如,在“三角形”单元复习的第四课时,核心问题以劣构问题形式呈现,在四个条件中选择三个条件求解三角形。在问题解决的过程中,不再简单的追求问题最终的答案,而是注重引导学生分析每个条件所呈现的边角关系,及条件之间是否会产生矛盾,让学生真正体会解三角形问题的本质。题目的选择更关注“四基”、“四能”的落实,更能体现能力和素养的考查。

总之,单元视角下的高三一轮复习,基于知识间的内在联系,将零散的知识点逐步扩展成知识网络,帮助学生深刻理解核心知识,掌握解决问题的核心思想方法,提升核心能力和学科素养。

参考文献:

[1]王尚志.普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)教师指导[M].上海教育出版社.

[2]张亮.以学生为中心促进深度学习——以“解三角形中的求(最)值问题”为例[J].中学数学教学参考(上旬).2020.06.