做题不能追求数量，而要讲究质量，要学会以点带面，多角度理解，只有这样才能跳出题海的怪圈.选择好题，选择成功！为此，我们特推荐以下习题，希望同学们能够融会贯通，学以致用，从多种角度分析思考、积极探索解题规律，摸索出获得最优解法的途径.

平面解析几何与立体几何第一轮复习测试题

■安徽　于洪占

一、选择题

1. 斜率为 2 的直线经过 $(3,5)$、$(a,7)$、$(-1,b)$ 三点，则(　　).

A. $a=4,b=0$　　B. $a=-4,b=-3$

C. $a=4,b=-3$　　D. $a=-4,b=3$

2. 方程 $x(x^2+y^2-4)=0$ 与 $x^2+(x^2+y^2-4)^2=0$ 表示的曲线是(　　).

A. 都表示一条直线和一个圆

B. 都表示两个点

C. 前者表示一条直线和一个圆，后者表示两个点

D. 前者表示两个点，后者表示一条直线和一个圆

3. 以双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 的右焦点为圆心，且与其渐近线相切的圆的方程是(　　).

A. $x^2+y^2-10x+9=0$　　B. $x^2+y^2-10x+16=0$

C. $x^2+y^2+10x+16=0$　　D. $x^2+y^2+10x+9=0$

4. 已知 α、β 是平面，m、n 是直线，下列命题中不正确的是(　　).

A. 若 $m/\!/n$，$m\perp\alpha$，则 $n\perp\alpha$

B. 若 $m/\!/\alpha$，$\alpha\cap\beta=n$，则 $m/\!/n$

C. 若 $m\perp\alpha$，$m\perp\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$

D. 若 $m\perp\alpha$，$m/\!/\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

5. 已知点 $M(2,-3)$、$N(-3,-2)$，直线 l 过点 $P(1,1)$ 且与线段 MN 相交，则直线 l 的斜率 k 的取值范围是(　　).

A. $\left[-4,\frac{3}{4}\right]$　　B. $\left[\frac{3}{4},+\infty\right)\cup(-\infty,-4]$

C. $\left[\frac{3}{4},4\right]$　　D. $\left[-\frac{3}{4},4\right]$

6. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 和椭圆 $\frac{x^2}{m^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,m>b>0)$ 的离心率互为倒数，那么以 a、b、m 为边的三角形(　　).

A. 是锐角三角形　　B. 是钝角三角形

C. 是直角三角形　　D. 形状不定

7. 已知双曲线的中心在原点，两个焦点分别为 $F_1(\sqrt{5},0)$、$F_2(-\sqrt{5},0)$，点 P 在双曲线上，$PF_1\perp PF_2$，$\triangle PF_1F_2$ 的面积为 1，则双曲线的方程为(　　).

A. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}=1$　　B. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=1$

C. $\frac{x^2}{4}-y^2=1$　　D. $x^2-\frac{y^2}{4}=1$

8. 已知三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面边长都相等，A_1 在底面 ABC 上的射影为 BC 的中点，则异面直线 AB 与 CC_1 所成的角的余弦值为(　　).

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$　　D. $\frac{3}{4}$

9. 点 P 是等腰三角形 ABC 所在平面外一点，$PA\perp$ 平面 ABC，$PA=8$，在 $\triangle ABC$ 中，$BC=6$，$AC=AB=5$，则点 P 到 BC 的距离为(　　).

A. $4\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $3\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{3}$

10. 如果一个水平放置的图形的斜二测直观图是一个底角为 45°，腰和上底均为 1 的等腰梯形，那么原平面图形的面积是(　　).

A. $2+\sqrt{2}$　　B. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$　　D. $1+\sqrt{2}$

11. 已知 c 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的半焦距，则 $\frac{b-c}{a}$ 的取值范围是(　　).

A. $\left(-1,\frac{1}{2}\right)$　　B. $(-2,-1)$

C. $\left(-\frac{3}{4},-1\right)$　　D. $(-1,0)$

12. 椭圆 M：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，P 为椭圆 M 上任一点，且 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$ 的最大值的取值范围是 $[c^2,3c^2]$，其中 $c=\sqrt{a^2-b^2}$. 椭圆 M 的离心率 e 的取值范围是(　　).

A. $\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$　　B. $\left[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$　　C. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$　　D. $\left[\frac{1}{2},1\right)$

二、填空题

13. 图 1 是一个几何体的三视图，根据图中数据，可得该几何体的表面积是____.

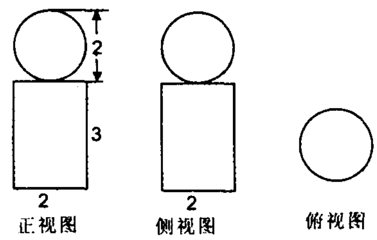

图 1

14. 将边长为 2 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折叠起来，使顶点 A 在底面 BCD 上的射影恰好是 $\triangle BCD$ 的外心 O，若 P 是侧面 ABD 上的一动点，点 P 到平面 BCD 的距离与到点 A 的距离相等，则动点 P 的轨迹是____.

15. 探照灯为一抛物面，光源在焦点，已知灯口直径为 60 cm，灯深 40 cm，则光源到顶点的距离为____ cm.

16. 设曲线 C 的方程为 $\sqrt{(x+4)^2+y^2}=\frac{4}{5}x+5$，曲线 C

绕点 $P(6,0)$ 旋转一周所扫过的图形的面积为____.

三、解答题

17. 若三条直线 $l_1:4x+y=4$、$l_2:mx+y=0$、$l_3:2x-3my=4$ 不能构成三角形,求 m 的取值范围.

18. 已知直线 $l_1:2x-3y+2=0$,$l_2:3x-2y+3=0$,有一动圆(圆心和半径都在变)与直线 l_1、l_2 都相交,并且 l_1、l_2 被截在圆内的两条线段的长度分别是定值 26 和 24,求圆心 M 的轨迹方程,并说明其轨迹是什么曲线.

19. 如图 2,正四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 的各棱长均为 13,M、N 分别为 PA、BD 上的点,且 $PM:MA=BN:ND=5:8$.

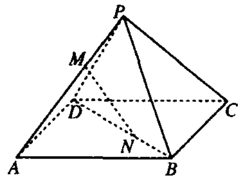
图 2

(1)求证:直线 $MN\parallel$ 平面 PBC.

(2)求线段 MN 的长.

20. 某中心接到其正东、正西、正北方向三个观测点的报告:正西、正北两个观测点同时听到了一声巨响,正东观测点听到该巨响的时间比其他两观测点晚 4 s,已知各观测点到该中心的距离都是 1 020 m,试确定该巨响发生的位置.(假定当时声音传播的速度为 340 m/s,相关各点均在同一平面内)

21. 如图 3,平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$,四边形 $ABCD$ 为正方形,$\triangle PAD$ 是以 A 为直角顶点的直角三角形,且 $PA=AD=2$,E、F、G 分别是线段 PA、PD、CD 的中点.

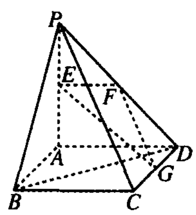
图 3

(1)求证:$PB\parallel$ 平面 EFG.

(2)求异面直线 EG 与 BD 所成角的余弦值.

22. 平面直角坐标系中,O 为坐标原点,给定两点 $A(1,0)$、$B(0,-2)$,点 C 满足 $\overrightarrow{OC}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}$,其中 α、$\beta\in\mathbf{R}$,且 $\alpha-2\beta=1$.

(1)求点 C 的轨迹方程.

(2)设点 C 的轨迹与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 交于两点 M、N,且以 MN 为直径的圆过原点,求证:$\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}$ 为定值.

(3)在(2)的条件下,若双曲线的离心率 e 不大于 $\sqrt{3}$,求双曲线实轴长的取值范围.

参考答案与提示

1. C 2. C 3. A 4. B 5. B 6. C 7. C 8. D 9. A 10. A 11. D 12. B

13. 12π 14. 抛物线 15. $\frac{45}{8}$ 16. 120π

17. 显然,$m=0$ 不满足题意.

若三直线共点,由 $\begin{cases}4x+y=4,\\mx+y=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=\frac{4}{4-m},\\y=\frac{-4m}{4-m},\end{cases}$ 代入 l_3 的方程,得 $m=\frac{2}{3}$ 或 $m=-1$.

若至少两条直线平行或重合,则 l_1、l_2、l_3 中至少有两条直线的斜率相等.直线 l_1 的斜率 $k_1=-4$,直线 l_2 的斜率 $k_2=-m$,直线 l_3 的斜率 $k_3=\frac{2}{3m}$. 由 $-4=-m$、$\frac{2}{3m}=-4$ 或 $-m=\frac{2}{3m}$,得 $m=4$ 或 $m=-\frac{1}{6}$.

综上所述,m 可取 -1、$-\frac{1}{6}$、$\frac{2}{3}$、4.

18. 设动圆的圆心为 $M(x,y)$,半径为 r,点 M 到直线 l_1、l_2 的距离分别为 d_1、d_2. 由 $d_1^2+\left(\frac{26}{2}\right)^2=r^2$,$d_2^2+\left(\frac{24}{2}\right)^2=r^2$,得 $d_1^2-d_2^2=-25$. 又 $d_1=\frac{|2x-3y+2|}{\sqrt{13}}$,$d_2=\frac{|3x-2y+3|}{\sqrt{13}}$,则 $\left(\frac{|2x-3y+2|}{\sqrt{13}}\right)^2-\left(\frac{|3x-2y+3|}{\sqrt{13}}\right)^2=-25$,化简得 $x^2+2x+1-y^2=65$,即 $\frac{(x+1)^2}{65}-\frac{y^2}{65}=1$.

19. (1)连接 AN 并延长交 BC 于点 Q,连接 PQ. 由 $AD\parallel BQ$,得 $\triangle AND\backsim\triangle QNB$,则 $\frac{AN}{NQ}=\frac{DN}{NB}=\frac{AD}{BQ}=\frac{8}{5}$. 又 $\frac{PM}{MA}=\frac{BN}{ND}=\frac{5}{8}$,故 $\frac{AM}{MP}=\frac{AN}{NQ}=\frac{8}{5}$,从而 $MN\parallel PQ$. 由 $PQ\subset$ 平面 PBC,$MN\not\subset$ 平面 PBC,$MN\parallel PQ$,得 $MN\parallel$ 平面 PBC.

(2)在等边三角形 PBC 中,$\angle PBC=60^\circ$,在 $\triangle PBQ$ 中,由余弦定理,知 $PQ^2=PB^2+BQ^2-2PB\cdot BQ\cdot\cos\angle PBQ=13^2+\left(\frac{65}{8}\right)^2-2\times13\times\frac{65}{8}\times\frac{1}{2}=\frac{8\ 281}{64}$,则 $PQ=\frac{91}{8}$.

易得 $MN:PQ=8:13$,则 $MN=\frac{91}{8}\times\frac{8}{13}=7$.

20. 以接报中心为原点,正东、正北方向分别为 x 轴、y 轴的正方向建立平面直角坐标系. 设 A、B、C 分别为西、东、北观测点,则点 $A(-1\ 020,0)$、$B(1\ 020,0)$、$C(0,1\ 020)$. 设点 $P(x,y)$ 为巨响发生点,则 $|PB|-|PA|=340\times4$. 易得点 P 位于双曲线 $\frac{x^2}{680^2}-\frac{y^2}{5\times340^2}=1$ 的左支上. 由 A、C 同时听到巨响声,得 $|PA|=|PC|$,则点 P 在直线 $y=-x$ 上. 联立 $y=-x$ 和 $\frac{x^2}{680^2}-\frac{y^2}{5\times340^2}=1$,得 $x=680\sqrt{5}$(舍去)或 $x=-680\sqrt{5}$,$y=680\sqrt{5}$. $|OP|=680\sqrt{10}$,故巨响发生在接报中心的西偏北 45° 方向距中心 $680\sqrt{10}$ m 处.

21. 如图 4,分别以 AB、AD、AP 所在的直线为 x 轴、y 轴、z 轴,建立空间直角坐标系 $A\text{-}xyz$,则点 $A(0,0,0)$、$B(2,0,0)$、$C(2,2,0)$、$D(0,2,0)$、$P(0,0,2)$、$E(0,0,1)$、$F(0,1,1)$、$G(1,2,0)$.

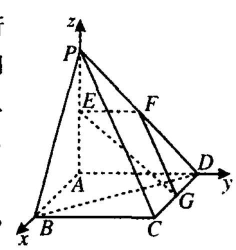
图 4

(1)$\overrightarrow{PB}=(2,0,-2)$,$\overrightarrow{FE}=(0,-1,0)$,$\overrightarrow{FG}=(1,1,-1)$. 设 $\overrightarrow{PB}=s\overrightarrow{FE}+t\overrightarrow{FG}$,即 $(2,0,-2)=s(0,-1,0)+t(1,1,-1)$,解得 $s=t=2$,则 $\overrightarrow{PB}=2\overrightarrow{FE}+2\overrightarrow{FG}$.

由 $\overrightarrow{FE}$ 与 $\overrightarrow{FG}$ 不共线,得 $\overrightarrow{PB}$、$\overrightarrow{FE}$ 与 $\overrightarrow{FG}$ 共面. 又 $PB\not\subset$ 平面 EFG,则 $PB\parallel$ 平面 EFG.

(2)$\overrightarrow{EG}=(1,2,-1)$,$\overrightarrow{BD}=(-2,2,0)$. 设向量 $\overrightarrow{EG}$ 和 $\overrightarrow{BD}$

(下转第 16 页)

人生最重要的不是我们置身何处,而是我们将前往何处,制定目标,找准方向,让我们一路向前.

876470713@qq.com

Fv_2，代入数据解得 $P=0.18$ W.

例3 如图4所示，一对平行光滑轨道放置在水平面上，两轨道间距 $l=0.20$ m，电阻 $R=1.0\ \Omega$，有一导体杆静止地放在轨道上，与两轨道垂直，导体杆及轨道的电阻皆可忽略不计，整个装置处于磁感应强度 $B=0.50$ T 的匀强磁场中，磁场方向垂直轨道面向下，现用一外力 F 沿轨道方向拉导体杆，使之做匀加速运动，测得力 F 与时间 t 的关系如图5所示，求导体杆的质量 m 和加速度 a.

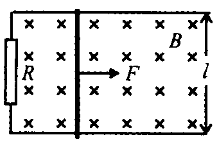

图4

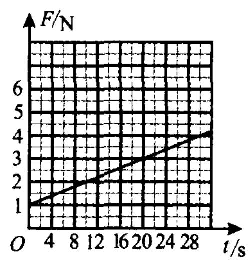

图5

解析：由题意知导体杆在轨道上做匀加速直线运动，用 v 表示其速度，t 表示时间，则有 $v=at$.

设导体杆切割磁感线产生的感应电动势为 E，由法拉第电磁感应定律知 $E=Blv$. 由闭合电路欧姆定律知闭合回路中的电流强度 $I=\frac{E}{R}$.

设导体杆受到的安培力为 f，则 $f=IBl$.

根据牛顿第二定律，有 $F-f=ma$.

联立以上各式得 $F=ma+\frac{B^2l^2}{R}at$.

由图5中取两点代入上式，解得 $a=10\ \mathrm{m/s^2}$，$m=0.1$ kg.

例4 水平面上两根足够长的金属导轨平行固定放置，间距为 L，一端通过导线与阻值为 R 的电阻连接，导轨上放一质量为 m 的金属杆. 金属杆与导轨的电阻忽略不计，匀强磁场方向竖直向下，如图6所示. 用与导轨平行的恒定拉力 F 作用在金属杆上，金属杆最终将做匀速运动. 当改变拉力的大小时，金属杆相对应的匀速运动速度 v 也会变化，v 与 F 的关系如图7所示. 问：

(1)金属杆在匀速运动之前做什么运动？

(2)若 $m=0.5$ kg，$L=0.5$ m，$R=0.5\ \Omega$，磁感应强度 B 为多大？

(3)由 v-F 图线的截距可求得什么物理量？其值为多少？(取 $g=10\ \mathrm{m/s^2}$)

解析：(1)金属杆在匀速运动之前做加速度逐渐减小的加速运动.

(2)由法拉第电磁感应定律和闭合电路欧姆定律知回路中的感应电动势 $E=vBL$，回路中的感应电

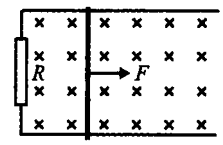

图6

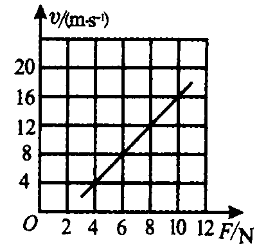

图7

流 $I=\frac{E}{R}$. 金属杆受到的安培力 $F_{安}=IBL=\frac{vB^2L^2}{R}$.

金属杆在运动过程中受拉力 F、安培力 $F_{安}$ 和阻力 f 作用，当金属杆匀速运动时，其所受合力为零，则有 $F-F_{安}-f=0$，即 $F=\frac{vB^2L^2}{R}+f$，得 $v=\frac{R}{B^2L^2}\times(F-f)$. 由图7可以得到直线的斜率 $k=2$，所以 $B=\sqrt{\frac{R}{kL^2}}$. 代入数据得 $B=1$ T.

(3)由直线的截距可以求得金属杆受到的阻力 f，由图7知 $f=2$ N. 若金属杆受到的阻力仅为动摩擦力，由截距可求得动摩擦因数 $\mu=0.4$.

运用“一题多变”的训练方法，能沟通知识的纵向和横向联系，拓宽同学们的解题思路，培养和发展同学们的概括能力和创新能力，增强同学们的比较鉴别能力.

(责任编辑　李国庆)

(上接第14页)

的夹角为 θ，则 $\cos\theta=\frac{\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{BD}}{|\overrightarrow{ED}|\cdot|\overrightarrow{BD}|}=\frac{\sqrt{3}}{6}$，则异面直线 EG 与 BD 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

22. (1)设点 $C(x,y)$. 由 $\overrightarrow{OC}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}$，即 $(x,y)=\alpha(1,0)+\beta(0,-2)$，得 $\begin{cases}x=\alpha,\\ y=-2\beta.\end{cases}$ 又 $\alpha-2\beta=1$，则 $x+y=1$，即点 C 的轨迹方程为 $x+y=1$.

(2)联立 $x+y=1$ 和 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，得 $(b^2-a^2)x^2+2a^2x-a^2-a^2b^2=0$. 由题意得 $b^2-a^2\neq0$. 设点 $M(x_1,y_1)$、$N(x_2,y_2)$. 由以 MN 为直径的圆过原点，得 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=x_1x_2+y_1y_2=0$，即 $x_1x_2+(1-x_1)(1-x_2)=1-(x_1+x_2)+2x_1x_2=1+\frac{2a^2}{b^2-a^2}-\frac{2(a^2+a^2b^2)}{b^2-a^2}=0\Rightarrow b^2-a^2-2a^2b^2=0$，则 $\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}=2$，为定值.

(3)由 $1<e\leqslant\sqrt{3}$，得 $1<e^2=\frac{a^2+b^2}{a^2}\leqslant3$.

由 $\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}=2$，得 $b^2=\frac{a^2}{1-2a^2}$，则 $1<1+\frac{1}{1-2a^2}\leqslant3$，即 $1-2a^2\geqslant\frac{1}{2}$，解得 $0<a\leqslant\frac{1}{2}$，故 $0<2a\leqslant1$，即双曲线实轴长的取值范围是 $(0,1]$.

(责任编辑　刘钟华)

不要自卑，你并不比别人差；不要自满，别人并不比你差.

——佚　名