做题不能追求数量，而要讲究质量，要学会以点带面，多角度理解，只有这样才能跳出题海的怪圈.选择好题，选择成功！为此，我们特推荐以下习题，希望同学们能够融会贯通，学以致用，从多种角度分析思考、积极探索解题规律，摸索出获得最优解法的途径.

平面解析几何与立体几何第一轮复习测试题

■湖南　张　千

一、选择题

1. "$ab<0$"是"方程 $ax^2+by^2=c$ 表示双曲线"的(　　).

A. 必要不充分条件　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

2. 有下列四个命题：(1)如果两个平面有三个公共点，那么这两个平面重合；(2)两条直线可以确定一个平面；(3)设 α、β 是两个不重合的平面，若点 $M\in\alpha$，$M\in\beta$，$\alpha\cap\beta=l$，则 $M\in l$；(4)空间中，相交于同一点的三条直线在同一平面内. 其中真命题的个数为(　　).

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

3. 已知点 $A\left(3,\frac{10}{3}\right)$，$P$ 为抛物线 $y^2=2x$ 上一点，若 P 到抛物线的准线 l 的距离为 d，则当 $|PA|+d$ 取得最小值时，P 点的坐标为(　　).

A. $(0,0)$　B. $(1,\sqrt{2})$　C. $(2,2)$　D. $\left(\frac{1}{2},1\right)$

4. 如图1，在空间四边形 $ABCD$ 中，点 E、H 分别是边 AB、AD 的中点，F、G 分别是边 BC、CD 上的点，且 $\frac{CF}{CB}=\frac{CG}{CD}=\frac{2}{3}$，则(　　).

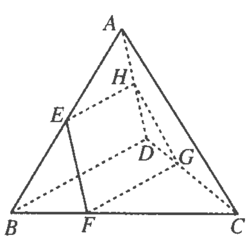

图1

A. EF 与 GH 互相平行

B. EF 与 GH 异面

C. EF 与 GH 的交点 M 可能在直线 AC 上，也可能不在直线 AC 上

D. EF 与 GH 的交点 M 一定在直线 AC 上

5. 抛物线型拱桥顶距离水面 2 m，水面宽 4 m，当水下降 1 m后，水面宽为(　　) m.

A. $2\sqrt{3}$　B. $2\sqrt{6}$　C. 8　D. 10

6. 图2为一个几何体的三视图，则该几何体的表面积为(　　).(不考虑接触点)

A. $6+\sqrt{3}+\pi$

B. $18+\sqrt{3}+4\pi$

C. $32+\pi$

D. $18+2\sqrt{3}+\pi$

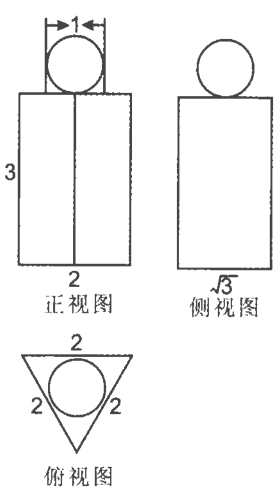

图2

7. 设 F_1、F_2 为双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的两个焦点，点 P 在双曲线上，且满足 $\angle F_1PF_2=90°$，则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积 S 等于(　　).

A. 1　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　C. 2　D. $\sqrt{5}$

8. 如图3，正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a，M、N 分别为 A_1B 和 AC 上的点，且 $A_1M=AN=\frac{\sqrt{2}a}{3}$，则 MN 与平面 BCC_1B_1 的位置关系是(　　).

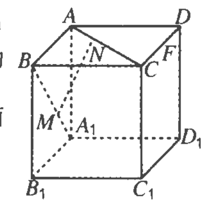

图3

A. 相交　B. 平行

C. 垂直　D. 不能确定

9. 如果直线 $y=kx+1$ 与圆 $x^2+y^2+kx+my-4=0$ 交于 M、N 两点，且 M、N 关于直线 $x+y=0$ 对称，则不等式组 $\begin{cases}kx-y+1\geqslant 0,\\ kx-my\leqslant 0,\\ y\geqslant 0\end{cases}$ 表示的平面区域的面积为(　　).

A. $\frac{1}{4}$　B. $\frac{1}{2}$　C. 1　D. 2

10. 如图4，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=3$，E 为 DC 边的中点，沿 AE 将 $\triangle ADE$ 折起，使二面角 $D\text{-}AE\text{-}B$ 为 $60°$，则四棱锥 $D\text{-}ABCE$ 的体积为(　　).

A. $\frac{27\sqrt{39}}{13}$　B. $\frac{9\sqrt{39}}{13}$　C. $\frac{27\sqrt{13}}{13}$　D. $\frac{9\sqrt{13}}{13}$

11. P 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 上一点，F 为右焦点，以 PF 为直径的圆与圆 $x^2+y^2=a^2$ 的位置关系是(　　).

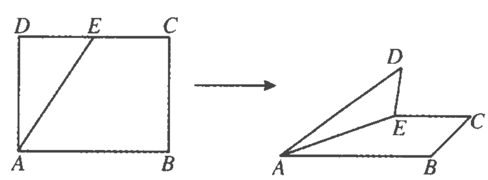

图4

A. 内切　B. 外切

C. 外切或内切　D. 无公共点或相交

12. 已知平面 α∥平面 β，直线 $l\subset\alpha$，点 $P\in l$，平面 α、β 间的距离为8，则在 β 内到点 P 的距离为10，且到直线 l 的距离为9的点的轨迹为(　　).

A. 一个圆　B. 两条直线　C. 四个点　D. 两个点

二、填空题

13. 某长方体的体积为8，它的全面积为32，并且长、宽、高成等比数列，那么该长方体所有棱长之和是____.

14. 设圆过双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 的右顶点和右焦点，圆心在此双曲线上，则圆心到双曲线的中心的距离为____.

15. 如图5，等边三角形 ABC 与正方形 $ABDE$ 有一公共边 AB，二面角 $C\text{-}AB\text{-}D$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$，M、N 分别是 AC、BC 的中点，则 EM、AN 所成角的余弦值等于____.

16. 如图6，以椭圆两焦点 F_1、F_2 为直径端点的圆交椭圆

于四个不同点 A、B、C、D,若六边形 AF_1BCF_2D 为正六边形,则该椭圆的离心率为____.

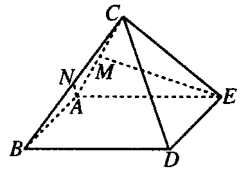

图 5

三、解答题

17. 如图 7,在三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中,$AC=BC=2$,$\angle ACB=90°$,侧面 PAB 为等边三角形,侧棱 $PC=2\sqrt{2}$.

(1)求证:$PC\perp AB$.

(2)求证:平面 $PAB\perp$ 平面 ABC.

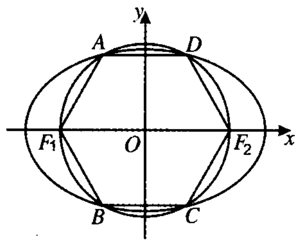

图 6

18. 设点 $P(a,b)(ab\neq 0)$、$R(a,2)$,直线 OR(O 为坐标原点)与抛物线 $y^2=\frac{4}{ab}x$ 交于点 Q(异于 O).

(1)若对任意 $ab\neq 0$,点 Q 在抛物线 $y=mx^2+1(m\neq 0)$ 上,问:当 m 为何值时,点 P 在某一圆上?求出该圆的方程 M.

(2)对(1)中的圆 M,设 A、B 是圆 M 上的两点,且满足 $|OA|\cdot|OB|=1$,问:是否存在一个定圆 S,使直线 AB 恒与圆 S 相切?

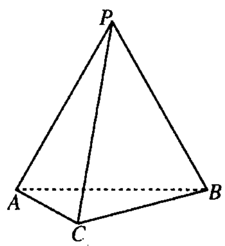

图 7

19. 如图 8,在等腰直角三角形 ABC 中,$\angle ACB=90°$,$AC=BC=\sqrt{2}$,$CD\perp AB$,D 为垂足.沿 CD 将$\triangle ABC$ 对折,连接 A、B,使得 $AB=\sqrt{3}$.

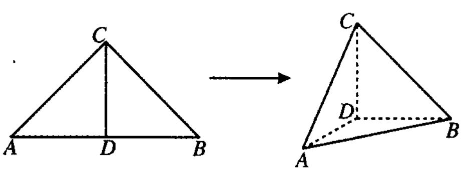

图 8

(1)对折后,在线段 AB 上是否存在点 E,使得 $CE\perp AD$?若存在,求出 AE 的长;若不存在,请说明理由.

(2)对折后,求二面角 $B\text{-}AC\text{-}D$ 的平面角的正切值.

20. 如图 9,在直角梯形 $ABCD$ 中,$\angle BAD=90°$,$AD/\!/BC$,$AB=2$,$AD=\frac{3}{2}$,$BC=\frac{1}{2}$,某椭圆以 A、B 为焦点且经过点 D.

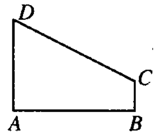

图 9

(1)建立适当的直角坐标系,求椭圆的方程.

(2)若点 E 满足$\overrightarrow{EC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$,问:是否存在直线 l 与椭圆交于 M、N 两点,且 $|ME|=|NE|$?若存在,求出直线 l 与 AB 的夹角 θ 的正切值的取值范围;若不存在,请说明理由.

21. 图 10 是一个几何体的直观图,图 11 是该几何体的三视图.

(1)若 F 为 PD 的中点,求证:$AF\perp$ 平面 PCD.

(2)证明:$BD/\!/$平面 PEC.

(3)求平面 PEC 与平面 PCD 所成的二面角(锐角)的余弦值.

22. 设 F_1、F_2 分别是椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左、右焦点.

(1)设椭圆 C 上的点$\left(\sqrt{3},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$到 F_1、F_2 两点的距离之和等于 4,写出椭圆 C 的方程和焦点坐标.

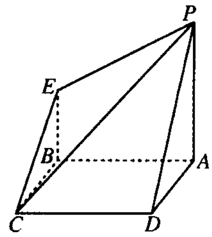

图 10

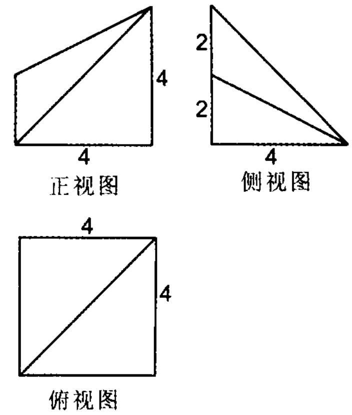

图 11

(2)设 K 是(1)中所得椭圆上的动点,求线段 KF_1 的中点 B 的轨迹方程.

(3)设点 P 是椭圆 C 上的任意一点,过原点的直线 l 与椭圆相交于 M、N 两点,若直线 PM、PN 的斜率都存在,并记为 k_{PM}、k_{PN},试探究 k_{PM}、k_{PN} 的值是否与点 P 及直线 l 有关,并证明你的结论.

参考答案与提示

1. A　提示:当方程 $ax^2+by^2=c$ 表示双曲线时,$ab<0$.当 $ab<0$ 时,若 $c=0$,则方程 $ax^2+by^2=c$ 表示两条相交直线.

2. A　提示:对于(1),如果这三个点共线,则这两个平面相交或重合.对于(2),如果这两条直线是异面直线,则这两条直线不能确定一个平面.(3)是真命题.对于(4),可举反例,正方体中共顶点的三条棱不在同一平面内.

3. C　提示:抛物线 $y^2=2x$ 的焦点为 $F\left(\frac{1}{2},0\right)$.连接 PF,则$|PA|+d=|PA|+|PF|$.当 P、A、F 三点在同一直线上,且点 P 在线段 AF 上时,$|PA|+|PF|$取得最小值.将题中提供的答案进行检验,只有选项 C 中的点 $P(2,2)$满足题意.

4. D　提示:可得 $EH/\!/BD$,$FG/\!/BD$,则 $EH/\!/FG$,故 E、F、G、H 四点共面.由 $EH=\frac{1}{2}BD$,$\frac{FG}{BD}=\frac{2}{3}$,得 $EH\neq FG$,则四边形 $EFGH$ 是梯形,故 EF 与 GH 必相交,设交点为 M.由点 M 在 EF 上,得点 M 在平面 ACB 上.同理,点 M 在平面 ACD 上.点 M 是平面 ACB 与平面 ACD 的交点.AC 是平面 ACB 与平面 ACD 的交线,则点 M 一定在交线 AC 上.

5. B　提示:以拱桥顶为原点 O,建立如图 12 所示的平面直角坐标系.设抛物线方程为 $x^2=-2py$,把点$(2,-2)$代入,得 $p=1$,则抛物线方程为 $x^2=-2y$.当 $y=-3$ 时,$x=\sqrt{6}$,则当水下降 1 m 后,水面宽为 $2\sqrt{6}$ m.

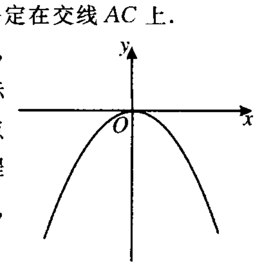

图 12

6. D　提示:该几何体由一个正三棱柱和一个球组成,正三棱柱的底面是边长为 2 的正三角形,高为 3,球的直径为 1.正三棱柱的表面积为 $18+2\sqrt{3}$,球的表面积为 π.

7. A　提示：由$\angle F_1PF_2=90°$，得$|PF_1|^2+|PF_2|^2=(2\sqrt{4+1})^2=20$. 又$||PF_1|-|PF_2||=4$，则$|PF_1|\cdot|PF_2|=2$. $S=\frac{1}{2}\times|PF_1|\cdot|PF_2|=1$.

8. B　提示：由正方体的棱长为a，且$A_1M=AN=\frac{\sqrt{2}a}{3}$，得$\overrightarrow{A_1M}=\frac{1}{3}\overrightarrow{A_1B}$，$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA_1}+\overrightarrow{A_1A}+\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA_1}-\overrightarrow{AA_1}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AA_1}-\overrightarrow{AB})-\overrightarrow{AA_1}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AA_1}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BB_1}$.

9. A　提示：由M、N两点在直线$y=kx+1$上，且关于直线$x+y=0$对称，得$k=1$，且圆心$\left(-\frac{1}{2},-\frac{m}{2}\right)$在直线$x+y=0$上，则$m=-1$. 把$k$、$m$的值代入不等式组中，作出平面区域，该平面区域是一个直角三角形，求得其面积为$\frac{1}{4}$.

10. B　提示：过D作$DO\perp$平面$ABCE$于O，$DF\perp AE$于F，连接OF，则$OF\perp AE$，故$\angle OFD=60°$. 在$\triangle ADE$中，$DF=\frac{AD\cdot DE}{AE}=\frac{6}{\sqrt{13}}$. 在$Rt\triangle ODF$中，$DO=DF\sin 60°=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$. 四棱锥$D\text{-}ABCE$的体积$V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}(AB+CE)\cdot BC\cdot DO=\frac{9\sqrt{39}}{13}$.

11. C　提示：设双曲线的左焦点为R，PF的中点为Q. 连接OQ. 当点P在双曲线的右支上时，$|PR|-|PF|=2a$，则$|OQ|=\frac{1}{2}|PR|=\frac{1}{2}(2a+|PF|)=a+\frac{1}{2}|PF|$，此时以$PF$为直径的圆与圆$x^2+y^2=a^2$外切. 当点$P$在双曲线的左支上时，$|PF|-|PR|=2a$，则$|OQ|=\frac{1}{2}|PR|=\frac{1}{2}(|PF|-2a)=\frac{1}{2}|PF|-a$，此时以$PF$为直径的圆与圆$x^2+y^2=a^2$内切.

12. C　提示：如图13，设点P在平面β上的射影是O，则OP是平面α、β的公垂线段，$OP=8$. 在β内到点P的距离等于10的点到O点的距离等于6，这些点的集合是以O为圆心、以6为半径的圆. 在β内到直线l的距离等于9的点的集合是两条平行直线m、n. 点O到直线m、n的距离都等于$\sqrt{9^2-8^2}=\sqrt{17}<6$，则直线$m$、$n$与圆$O$均相交，共有四个交点.

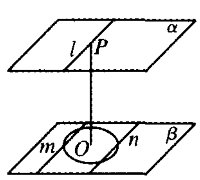

图 13

13. 32　提示：设长、宽、高依次为$\frac{a}{q}$、a、aq. 由题意知：$\frac{a}{q}\cdot a\cdot aq=8\Rightarrow a=2$. 由$2\left(\frac{a}{q}\cdot a+a\cdot aq+\frac{a}{q}\cdot aq\right)=32$，$a=2$，得$\frac{1}{q}+q+1=4$. 该长方体所有棱长之和为$4\left(\frac{2}{q}+2+2q\right)=8\left(\frac{1}{q}+q+1\right)=32$.

14. $\frac{16}{3}$　提示：由右顶点为$(3,0)$，右焦点为$(5,0)$，得圆心的横坐标为4. 由圆心在双曲线$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$上，可得圆心的纵坐标为$\pm\frac{4\sqrt{7}}{3}$. 圆心到双曲线的中心的距离为$\sqrt{16+\frac{16\cdot 7}{9}}=\frac{16}{3}$.

15. $\frac{1}{6}$　提示：设$AB=2$，作$CO\perp$平面$ABDE$，垂足为O，作$OH\perp AB$，连接CH，则$CH\perp AB$，故$\angle CHO$为二面角$C\text{-}AB\text{-}D$的平面角. $CH=\sqrt{3}$，$OH=CH\cdot\cos\angle CHO=1$. 易知四棱锥$C\text{-}ABDE$为正四棱锥. $AN=EM=CH=\sqrt{3}$. $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB})$，$\overrightarrow{EM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AE}$，则$\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{EM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})\cdot\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AE}\right)=\frac{1}{2}$. 故$EM$、$AN$所成角的余弦值为$\frac{\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{EM}}{|\overrightarrow{AN}||\overrightarrow{EM}|}=\frac{1}{6}$.

16. $\sqrt{3}-1$　提示：连接AF_2，则$\triangle AF_1F_2$为直角三角形，且$|F_1F_2|=2c$，$|AF_1|+|AF_2|=c+\sqrt{3}c$. 由$|AF_1|+|AF_2|=2a$，得$c+\sqrt{3}c=2a$，则$\frac{c}{a}=\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\sqrt{3}-1$.

17. (1)设AB的中点为D，连接PD、CD.

由$AP=BP$，$AC=BC$，得$PD\perp AB$，$CD\perp AB$. 又$PD\cap CD=D$，则$AB\perp$平面PCD，故$PC\perp AB$.

(2)由$\angle ACB=90°$，$AC=BC=2$，得$AD=BD=CD=\sqrt{2}$，$AB=2\sqrt{2}$. 又$\triangle PAB$为正三角形，且$PD\perp AB$，则$PD=\sqrt{6}$.

由$PC=2\sqrt{2}$，$CD=\sqrt{2}$，$PD=\sqrt{6}$，得$PC^2=CD^2+PD^2$，则$\angle CDP=90°$.

由$PD\perp AB$，$CD\perp AB$，得$\angle CDP$是二面角$P\text{-}AB\text{-}C$的平面角，则平面$PAB\perp$平面ABC.

18. (1)联立$y=\frac{2}{a}x$和$y^2=\frac{4}{ab}x$，得点Q的坐标为$\left(\frac{a}{b},\frac{2}{b}\right)$. 由点$Q$在抛物线$y=mx^2+1(m\neq0)$上，得$\frac{2}{b}=m\left(\frac{a}{b}\right)^2+1\Rightarrow ma^2+b^2-2b=0$.

当$m=1$时，点$P(a,b)$在圆M：$x^2+(y-1)^2=1$上.

(2)当直线AB与x轴平行时，易得点O到直线AB的距离为$\frac{1}{2}$.

当直线AB不与x轴平行时，设直线AB：$x=ky+\lambda$，$A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$. 由$|OA|\cdot|OB|=1$，得$\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}=\sqrt{1-(y_1-1)^2+y_1^2}\cdot\sqrt{1-(y_2-1)^2+y_2^2}=\sqrt{2y_1}\cdot\sqrt{2y_2}=1\Rightarrow y_1y_2=\frac{1}{4}$.

联立$x^2+(y-1)^2=1$和$x=ky+\lambda$，得$(k^2+1)y^2+2(k\lambda-1)y+\lambda^2=0$. $y_1y_2=\frac{\lambda^2}{k^2+1}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{|\lambda|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{1}{2}$.

原点O到直线AB的距离$d=\frac{|\lambda|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{1}{2}$.

直线AB恒与圆S：$x^2+y^2=\frac{1}{4}$相切.

19. (1)对折后，$CD\perp AD$，$CD\perp BD$，$AD=BD=1$.

在$\triangle ABD$中，$\cos\angle ADB=\frac{AD^2+BD^2-AB^2}{2\cdot AD\cdot BD}=$

$\frac{1^2+1^2-3}{2\times1\times1}=-\frac{1}{2}$，则$\angle ADB=120^\circ$，$\angle BAD=\angle ABD=30^\circ$.

过D作AD的垂线，与AB交于点E. 连接CE.

由$AD\perp DE$，$AD\perp CD$，$DE\cap CD=D$，得$AD\perp$平面CDE，则$AD\perp CE$，故在线段AB上存在点E，使得$CE\perp AD$.

在$\mathrm{Rt}\triangle ADE$中，$\angle DAE=30^\circ$，$AD=1$，则$AE=\frac{AD}{\cos\angle DAE}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(2)对折后，作$DF\perp AC$于F，连接EF.

由$CD\perp AD$，$CD\perp BD$，$AD\cap BD=D$，得$CD\perp$平面ADB，则平面$ACD\perp$平面ADB. 又$DE\perp AD$，且平面$ACD\cap$平面$ADB=AD$，故$ED\perp$平面ACD.

由$ED\perp$平面ACD，$DF\perp AC$，得$FE\perp AC$，则$\angle DFE$为二面角B-AC-D的平面角.

在$\mathrm{Rt}\triangle ADE$中，$\angle DAE=30^\circ$，$AD=1$，则$DE=AD\tan\angle DAE=\frac{\sqrt{3}}{3}$. 在$\mathrm{Rt}\triangle ADF$中，$\angle DAF=45^\circ$，$AD=1$，则$FD=AD\sin\angle DAF=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 在$\mathrm{Rt}\triangle EDF$中，$\angle EDF=90^\circ$，$\tan\angle DFE=\frac{DE}{DF}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，即二面角$B$-$AC$-$D$的平面角的正切值等于$\frac{\sqrt{6}}{3}$.

20. (1)如图14，以AB所在直线为x轴，AB的垂直平分线为y轴，建立平面直角坐标系. 易得点$A(-1,0)$、$B(1,0)$、$C\left(1,\frac{1}{2}\right)$、$D\left(-1,\frac{3}{2}\right)$.

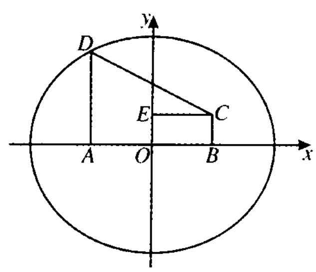

图14

设椭圆方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$，则$\frac{(-1)^2}{a^2}+\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{b^2}=1$，$a^2-b^2=1$，解得$a^2=4$，$b^2=3$.

故所求椭圆方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

(2)由$\overrightarrow{EC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，得点$E$的坐标为$\left(0,\frac{1}{2}\right)$.

显然直线l与x轴平行时满足题意，此时$\theta=0$.

直线l与x轴垂直时不满足题意.

当直线l与x轴、y轴不平行时，可设直线$l:y=kx+m(k\neq0)$.

联立$l:y=kx+m(k\neq0)$和$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，得$(3+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-12=0$. 由$\Delta=64k^2m^2-4(3+4k^2)(4m^2-12)>0$，得$4k^2+3>m^2$.

设点$M(x_1,y_1)$、$N(x_2,y_2)$，MN的中点为$F(x_0,y_0)$. $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{4km}{3+4k^2}$，$y_0=kx_0+m=\frac{3m}{3+4k^2}$.

由$|ME|=|NE|$，得$MN\perp EF$，则$\frac{y_0-\frac{1}{2}}{x_0}=-\frac{1}{k}$，即$\frac{\frac{3m}{3+4k^2}-\frac{1}{2}}{-\frac{4km}{3+4k^2}}=-\frac{1}{k}$，解得$m=-\frac{3+4k^2}{2}$.

由$4k^2+3>\left(-\frac{3+4k^2}{2}\right)^2$，得$-\frac{1}{2}<k<\frac{1}{2}$且$k\neq0$.

综上所述，直线l与AB的夹角θ的正切值的取值范围为$\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$.

21. (1)由几何体的三视图，可知底面$ABCD$是边长为4的正方形，$PA\perp$平面$ABCD$，$PA/\!/EB$，$PA=2EB=4$. 由$PA=AD$，F为PD的中点，得$PD\perp AF$.

由$CD\perp DA$，$CD\perp PA$，$PA\cap DA=A$，得$CD\perp$平面ADP，则$CD\perp AF$.

由$PD\perp AF$，$CD\perp AF$，$CD\cap DP=D$，得$AF\perp$平面PCD.

(2)取PC的中点M，AC与BD的交点为N，连接MN.

易得$MN \underline{\underline{/\!/}} \frac{1}{2}PA$，则$MN \underline{\underline{/\!/}} EB$，故四边形$BEMN$为平行四边形，从而$EM/\!/BN$.

由$EM/\!/BN$，$EM\subset$平面PEC，得$BD/\!/$平面PEC.

(3)分别以$\overrightarrow{BC}$、$\overrightarrow{BA}$、$\overrightarrow{BE}$为x、y、z轴的正方向，建立空间直角坐标系. 易得点$C(4,0,0)$、$D(4,4,0)$、$E(0,0,2)$、$A(0,4,0)$、$P(0,4,4)$. 由F为PD的中点，得点$F(2,4,2)$.

由$AF\perp$平面PCD，得$\overrightarrow{FA}=(-2,0,-2)$为平面$PCD$的一个法向量.

设$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$是平面PEC的一个法向量，则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CE}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CP}=0,\end{cases}$即$\begin{cases}z=2x,\\ -x+y+z=0.\end{cases}$令$x=1$，得$\boldsymbol{n}=(1,-1,2)$.

$\cos\langle\overrightarrow{FA},\boldsymbol{n}\rangle=\frac{\overrightarrow{FA}\cdot\boldsymbol{n}}{|\overrightarrow{FA}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，则平面$PEC$与平面$PDC$所成的二面角(锐角)的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

22. (1)由题意得$\frac{(\sqrt{3})^2}{a^2}+\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{b^2}=1$，$2a=4$，则$a^2=4$，$b^2=3$，故椭圆$C$的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，焦点坐标分别为$(-1,0)$、$(1,0)$.

(2)设KF_1的中点为$B(x,y)$，则点K的坐标为$(2x+1,2y)$. 把点K的坐标代入椭圆方程中，得$\frac{(2x+1)^2}{4}+\frac{(2y)^2}{3}=1$，则线段$KF_1$的中点$B$的轨迹方程为$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{4y^2}{3}=1$.

(3)点M、N关于坐标原点对称，设$M(x_0,y_0)$、$N(-x_0,-y_0)$、$P(x,y)$.

由题意得$\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1$，$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. $k_{PM}=\frac{y-y_0}{x-x_0}$，$k_{PN}=\frac{y+y_0}{x+x_0}$. $k_{PM}\cdot k_{PN}=\frac{y-y_0}{x-x_0}\cdot\frac{y+y_0}{x+x_0}=\frac{y^2-y_0^2}{x^2-x_0^2}=-\frac{b^2}{a^2}$.

故$k_{PM}\cdot k_{PN}$的值与点P的位置无关，同时与直线l无关.

（责任编辑　刘钟华）