**江苏省仪征中学2023届高三数学考前保温训练（3）**

**班级\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_用时\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_得分\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

一、单项选择题：

1. 已知集合$U=\left\{1,2,3,4\right\}$，若$A,B$均为$U$的非空子集且$A∩B=∅$，则满足条件的有序集合对$(A,B)$的个数为( )

A．$16$ B．$31$ C．$50$ D．$81$

2. 已知一组数据丢失了其中一个，另外六个数据分别是$8,8,8,10,11,16$，若这组数据的平均数、中位数、众数依次成等差数列，则丢失数据的所有可能值的和为( )

A．$12$ B．$20$ C．$25$ D．$27$

3. 约翰·开普勒是近代著名的天文学家、数学家、物理学家和哲学家.有一次在上几何课上，突然想到，一个正三角形的外接圆与内切圆的半径之比恰好和土星与木星轨道的半径比很接近，于是他想，是否可以用正多面体的外接球和内切球的半径比来刻画太阳系各行星的距离呢？经过实践，他给出了以下的太阳系模型：最外面一个球面，设定为土星轨道所在的球面，先作一个正六面体内接于此球面，然后作此正六面体的内切球面，它就是木星轨道所在的球面，在此球面中再作一个内接的正四面体，接着作该正四面体的内切球面即得到火星轨道所在的球面，继续下去，他就得到了太阳系各个行星的模型.根据开普勒的猜想，土星轨道所在的球面与火星轨道所在球面半径的比值为( )

A．$\sqrt{3}$

B．$3$

C．$3\sqrt{3}$

D．$9$

4. 有一直角转弯的走廊（两侧与顶部都封闭），已知两侧走廊的高度都是$6$米，左侧走廊的高度为$3\sqrt{3}$米，右侧走廊的宽度为$1$米，现有不能弯折的硬管需要通过走廊，设可通过的最大极限长度为$l$米（不计硬管粗细）.为了方便搬运，规定允许通过此走廊的硬管的最大实际长度为$m=0.9l$米，则$m$的值是( )

A．$7.2$

B．$\frac{27\sqrt{2}}{10}$

C．$\frac{27\sqrt{2}}{5}$

D．$9$

5. 若$xe^{x}=1,lny−\frac{e}{y}=1$,则$xy=$( )

A.3 B.e C.$\frac{1}{e}$ D.1

二、多项选择题：

6. 记$A,B$为随机事件，下列说法正确的是( )

A．若事件$A,B$互斥，$P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{1}{3}$，$P(\overline{A}∪B)=\frac{5}{6}$

B．若事件$A,B$相互独立，$P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{1}{3}$，$P(A∪B)=\frac{2}{3}$

C．若$P(A)=\frac{1}{2}$，$P(\overline{A}|B)=\frac{3}{4}$，$P(\overline{A}|\overline{B})=\frac{3}{8}$，则$P(B)=\frac{1}{3}$

D．若$P(A)=\frac{1}{2}$，$P(\overline{A}|B)=\frac{3}{4}$，$P(\overline{A}|\overline{B})=\frac{3}{8}$，则$P(B|A)=\frac{1}{4}$

7. 已知双曲线$x^{2}−\frac{y^{2}}{4}=1$，直线$l:y=kx+m(k\ne \pm 2)$与双曲线有唯一的公共点$M$，过点$M$且与$l$垂直的直线分别交轴、轴于$A(x\_{0},0)$，$B(0,y\_{0})$两点.当点$M$变化时，点$P(x\_{0},y\_{0})$随之变化，则下列结论中正确的是( )

A．$k^{2}=m^{2}+4$ B．$y\_{0}=\frac{k}{2}x\_{0}$

C．$P$点坐标可以是$(7,\sqrt{6})$ D．$\frac{1}{x\_{0}^{2}}−\frac{1}{y\_{0}^{2}}$有最大值$\frac{1}{25}$

三、填空题：

8. 设随机变量$X\~H(3,2,10)$，则$P(X=1)=$ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

9. 已知数列$\left\{a\_{n}\right\}$满足$a\_{1}=a$，$a\_{n+1}=\left\{\begin{array}{c}\&a\_{n}+2,n=2k−1,\\\&\frac{1}{2}a\_{n},n=2k\end{array}\right.(k\in N^{∗})$，当$a=1$时，$a\_{10}=$\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；若数列$\left\{a\_{n}\right\}$的所有项仅取有限个不同的值，则满足题意的所有实数$a$的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

四、解答题：

10.如图，圆锥$DO$中，$AE$为底面圆$O$的直径，$AE=AD$，$△ABC$为底面圆$O$的内接正三角形，圆锥的高$DO=18$，点$P$为线段$DO$上一个动点.

(1)当$PO=3\sqrt{6}$时，证明：$PA⊥$平面$PBC$；

(2)当$P$点在什么位置时，直线$PE$和平面$PBC$所成角的正弦值最大.

11. 已知$△ABC$的内角$A,B,C$对应的边分别为$a,b,c,△ABC$的面积为$\frac{a^{2}−3b^{2}}{4}sinC$.

(1)求证:$sinA=3sinB$;

(2)点$D$在边$BC$上,若$DC=DA=\frac{1}{3}BC$,求$cosA$.

12.某企业新研发了一种产品,产品的成本由原料成本及非原料成本组

成.每件产品的非原料成本$y$(单位:元)与生产该产品的数量$x$(单

位:千件)有关,经统计得到如下数据:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $$y$$ | 112 | 61 | 44.5 | 35 | 30.5 | 28 | 25 | 24 |

根据以上数据,绘制了散点图.观察散点图,两个变量不具有线

性相关关系,现考虑用反比例函数模型$y=a+\frac{b}{x}$和指数函数模型

$y= ce^{dx}$分别对两个变量的关系进行拟合.已求得用指数函数模

型拟合的经验回归方程为$ˆ=96.54e^{−0.2x},lny$与$x$的相关系数

$r\_{1}=−0.94$.参考数据(其中$u\_{i}=\frac{1}{x\_{i}}$):

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$∑\_{i=1}^{8} u\_{i}y\_{i}$$ | $$‾$$ | $$‾^{2}$$ | $$∑\_{i=1}^{8} u\_{i}^{2}$$ | $$∑\_{i=1}^{8} y\_{i}$$ | $$∑\_{i=1}^{8} y\_{i}^{2}$$ | $$\sqrt{0.61×6185.5}$$ | $$e^{−2}$$ |
| 183.4 | 0.34 | 0.115 | 1.53 | 360 | 22385.5 | 61.4 | 0.135 |

(1)用反比例函数模型求$y$关于$x$的经验回归方程;

(2)用相关系数判断上述两个模型哪一个拟合效果更好(精确到0.01),并用其估计产量为10千件时每件产品的非原料成本;

(3)该企业采取订单生产模式(根据订单数量进行生产,即产品全部售出).根据市场调研数据,若该产品单价定为100元,则签订9千件订单的概率为0.8,签订10千件订单的概率为0.2;若单价定为90元,则签订10千件订单的概率为0.3,签订11千件订单的概率为0.7.已知每件产品的原料成本为10元,根据(2)的结果,企业要想获得更高利润,产品单价应选择100元还是90元,请说明理由.

参考公式:对于一组数据$\left(u\_{1},v\_{1}\right),\left(u\_{2},v\_{2}\right),\cdots ,\left(u\_{n},v\_{n}\right)$,其经验回归直线$ˆ=ˆ+ˆu$的斜率和截距的最小二乘估计分别为:$ˆ=\frac{∑\_{i=1}^{n} u\_{i}v\_{i}−n‾‾}{∑\_{i=1}^{n} u\_{i}^{2}−n‾^{2}},ˆ=‾−ˆ‾$,相关系数$r=\frac{\sum\_{i=1}^{n}  u\_{i}v\_{i}−n‾‾}{\sqrt{\left(\sum\_{i=1}^{n}  u\_{i}^{2}−n‾^{2}\right)\left(\sum\_{i=1}^{n}  v\_{i}^{2}−n‾^{2}\right)}}$.