高考数学单项选择题的解法

——小题小做，小题巧做，小题精做

两种思路：一是从题干出发考虑，探求结果；二是将题干和选项联合考虑或以选项出发探求是否满足题干条件。

三个原则：“小题小做”、“小题巧做”、“小题精做”。

基本策略：要充分挖掘各选择支的暗示作用，充分利用题设和选项两方面所提供的信息来判断，同时还要巧妙有效的排除迷惑支的干扰。 一般来说能定性判断的,就不再使用定量计算；能用特殊值判定的，就不用常规解法；能使用间接解法的，就不用直接解法;能够明显可以否定的选项,就及早排除，缩小选择范围；能有多种解题思路的，宜选择最简捷的解法等。快速解答选择题要靠基础知识的熟练和思维方法的灵活以及科学、合理的巧解，应尽量避免小题大做。由于高考数学单项选择题因而解单项选择题要沿着以下**两个途径思考**：一是肯定正确结论；二是否定错误结论。常用的方法有：直接法、筛选法(排除法)、利用数学中的二级结论法、特例法 （特殊值，特殊图形，特殊位置，特殊函数，）是重点方法，还有数形结合法、验证法、估算法、特征分析法、极限法等。

1.**直接法**：从题设条件出发，运用数学知识通过推理或计算得出结论，再对照各选项作出判断的方法称为直接法。直接法的思路是肯定一个结论，是将选择题当作解答题求解的常规解法。对一些为考查考生的逻辑推理能力和计算能力而设计编的定量型选择题常用直接法求解。

例 1.设F为抛物线$y^2=4x$的焦点,A、B、C为该抛物线上三点,若$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}=\mathbf{0}$,则$|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|+|\overrightarrow{FC}|$等于(　　　)

A.9　　　　B.6　　　　C.4　　　　D.3

【评析】本题考查抛物线及向量的基本知识，解题的关键是将向量运算转化为坐标运算，再结合抛物线的性质将点到焦点的距离转化为点到准线的距离。

2.**筛选法(排除法)**：当题目题设条件未知量较多或关系较复杂，不易从正面突破，但根据一些性质易从反面判断某些答案是错误的时候，可用筛选法排除不正确的选项，得到正确答案。筛选法思路是否定三个结论，有些问题在仔细审视之后，凭直觉可迅速作出筛选。

例 2.函数$f(x)=\cos^2x-2\cos^2\frac{x}{2}$的一个单调增区间是(　　　)

A.$\left(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$　　　　B.$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$　　　　C.$\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$　　　　D.$\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right)$

【评析】若用直接法求解则耗时费力，而用筛选法则是明智的选择。

3.**利用数学中的二级结论法**

例 3.设正项数列$\{a_n\}$的前n项和是S_n,若$\{a_n\}$和$\{\sqrt{S_n}\}$都是等差数列，且公差相等，则a_1+d的值为(　　　)

A.$\frac{1}{2}$　　　　B.$\frac{2}{3}$　　　　C.$\frac{3}{4}$　　　　D.$\frac{3}{2}$

【评析】通过数学中的一些重要结论,或者数学内容的重要特征,可以避免繁杂的运算。

4.**特例法**：此法是从题干（或选项）出发，通过选取适合条件的特殊值、特殊位置或构造特殊函数或特殊图形等进行分析，将问题特殊化进行判断。特例法是“小题小做”“小题巧做”的重要策略，此法适用于题目中含有字母或具有一般性结论的选择题，选取特殊值、特殊点、特殊位置、特殊数列、特殊图形等，往往能简缩思维过程、降低难度，可以达到出奇制胜、事半功倍的效果。

特例法具有简化运算和推理的功效，用特例法解选择题时，要注意以下两点：①举特例，尽可能简单，有利于计算和推理；②若在不同的特殊情况下有两个或两个以上结论相符，则应选用另一特例进行检验，或者改用其他方法求解。

例 4.若$0<x<\frac{\pi}{2}$,则下列命题中正确的是(　　)

A.$\sin x<\frac{3}{\pi}x$　　B.$\sin x>\frac{3}{\pi}x$　　C.$\sin x<\frac{4}{\pi^2}x^2$　　D.$\sin x>\frac{4}{\pi^2}x^2$

【评析】若直接求解则繁琐且易错，而通过特法则能迅速作出判断，对考生的直觉思维能力和策略创造能力是一个很好的检测。

例 5.已知O是锐角三角形外接圆的圆心,$\angle A=\theta$,$\frac{\cos B}{\sin C}\overrightarrow{AB}+\frac{\cos C}{\sin B}\overrightarrow{AC}=2m\overrightarrow{AO}$,则实数$m=$____________(用$\theta$表示)

例 6.已知点P是椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1(x\neq 0,y\neq 0)$上的动点,$F_1,F_2$为椭圆的两个焦点,$O$是坐标原点,若$M$是$\angle F_1PF_2$的角平分线上一点,且$\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{MP}=0$,则$|\overrightarrow{OM}|$的取值范围是(　　)

A.$(0,3)$　　B.$(0,2\sqrt{2})$　　C.$(2\sqrt{2},3)$　　D.$(0,4)$

例 7.已知$f(x)$与$g(x)$是定义在R上的连续函数,如果$f(x)$与$g(x)$仅当$x=0$时的函数值为 0,且$f(x)\geqslant g(x)$，那么下列情形不可能出现的的是(　　)

A.0 是$f(x)$的极大值,也是$g(x)$的极大值　　B.0 是$f(x)$的极小值,也是$g(x)$的极小值

C.0 是$f(x)$的极大值，但不是$g(x)$的极值　　D.0 是$f(x)$的极小值,但不是$g(x)$的极值

5.**数形结合法**：对于一些具有几何背景的数学问题，如能构造出与之相应的图形进行分析，往往能在数形结合、以形助数中获得形象直观的解法。

例 8.设$f(x)=\begin{cases}x^2,|x|\geq 1,\\ x,|x|<1,\end{cases}$$g(x)$是二次函数,若$f(g(x))$的值域是$[0,+\infty)$,则$g(x)$的值域是(　　)

A.$(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$　　B.$(-\infty,-1]\cup[0,+\infty)$

C.$[0,+\infty)$　　D.$[1,+\infty)$

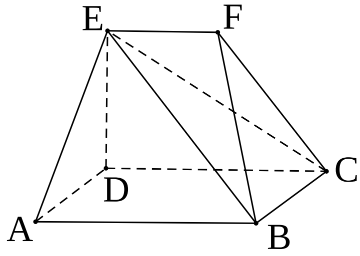
6.验证法：将题目所提供的各选项或特值逐一代入题干中进行验证，从而确定正确的答案。有时可通过初步分析，判断某个(或某几个)选项正确的可能性较大，再代入检验，可节省时间。

例 9.数列$\{a_n\}$满足$a_1=1, a_2=\frac{2}{3}$,且$\frac{1}{a_{n-1}}+\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{2}{a_n}(n\geqslant 2)$,则$a_n$等于(　　)

A.$\frac{2}{n+1}$　　B.$\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$　　C.$\left(\frac{2}{3}\right)^{n}$　　D.$\frac{2}{n+2}$

7.估算法：由于选择题提供了唯一正确的选项，解答又无需过程。因此可以猜测、合情推理、估算而获得。这样往往可以减少运算量，当然自然加强了思维的层次。

例 10. 如图所示,在多面体$ABCDEF$中,已知面$ABCD$是边长为 3 的正方形,EF//AB, EF $=\frac{3}{2}$, EF与平面ABCD的距离为 2,则该多面体的体积为(　　)



A.$\frac{9}{2}$

B.5

C.6

D.$\frac{15}{2}$

【评析】估算，省去了很多推导过程和比较复杂的计算，节省了时间，从而显得快捷。其应用广泛，它是人们发现问题、研究问题、解决问题的一种重要的运算方法。

8.特征分析法：通过对题干和选项的关系进行分析，挖掘出题目中的各种特征，如结构特征、数字特征、取值范围特征、图形特征、对称性特征、整体特征等，从而发现规律，快速辨别真伪。

例 11.设$\triangle ABC$的三边a、b、c满足等式$a\cos A+b\cos B=c\cos C$,则此三角形一定是(　　)

A.以a为斜边的直角三角形　　C.等边三角形

B.以b为斜边的直角三角形　　D.其它三角形

9.利用极限思想：极限思想是一种基本而重要的数学思想。当一个变量无限接近一个定量，则变量可看作此定量。对于某些选择题，若能恰当运用极限思想思考，则往往可使过程简单明快。

例 12.P是双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$右分支上一点,$F_1$、$F_2$分别是左右焦点,且焦距为2c,则$\triangle PF_1F_2$的内切圆圆心的横坐标为(　　)

A.a　　B.b　　C.c　　D.$a+b-c$

【评析】应用运动变化的观点，灵活地用极限思想来思考，避免了复杂的运算，优化了解题过程，降低了解题难度。

小结：解答选择题要小题小做,快速准确作答，在解题过程中可以多种方法联合使用，以提高解答选择的速度和准确率。对于选择题，能定性分析就不要直接计算，能特例法就不用常规法，能间接解就不要直接解，能排除的先排除、缩小选择范围。数学高考你莫紧张，先易后难是良方，认真审题不马虎，冷静沉着出智慧，稳扎稳打创辉煌，定能全部“颗粒归仓”，总想赢者必输，不怕输者必赢。我难人难我不畏难，人易我易我不大意。

将你遇到的小题巧解摘录一二于下方

单项选择题限时训练

班级________姓名________日期________得分________

例 1.设F为抛物线$y^2=4x$的焦点,A、B、C为该抛物线上三点,若$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}=\mathbf{0}$,则$|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|+|\overrightarrow{FC}|$等于(　　)

A.9　　B.6　　C.4　　D.3

例 2.函数$f(x)=\cos^2x-2\cos^2\frac{x}{2}$的一个单调增区间是(　　)

A.$\left(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$　　B.$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$　　C.$\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$　　D.$\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right)$

例 3.设正项数列$\{a_n\}$的前n项和是S_n,若$\{a_n\}$和$\{\sqrt{S_n}\}$都是等差数列，且公差相等，则a_1+d的值为(　　)

A.$\frac{1}{2}$　　B.$\frac{2}{3}$　　C.$\frac{3}{4}$　　D.$\frac{3}{2}$

例 4.若$0<x<\frac{\pi}{2}$,则下列命题中正确的是(　　)

A.$\sin x<\frac{3}{\pi}x$　　B.$\sin x>\frac{3}{\pi}x$　　C.$\sin x<\frac{4}{\pi^2}x^2$　　D.$\sin x>\frac{4}{\pi^2}x^2$

例 5.已知O是锐角三角形外接圆的圆心,$\angle A=\theta$,$\frac{\cos B}{\sin C}\overrightarrow{AB}+\frac{\cos C}{\sin B}\overrightarrow{AC}=2m\overrightarrow{AO}$,则实数$m=$________.(用$\theta$表示)

例 6.已知点P是椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1(x\neq0,y\neq0)$上的动点,$F_1,F_2$为椭圆的两个焦点,$O$是坐标原点,若$M$是$\angle F_1PF_2$的角平分线上一点,且$\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{MP}=0$,则$|\overrightarrow{OM}|$的取值范围是(　　)

A.$(0,3)$　　B.$(0,2\sqrt{2})$　　C.$(2\sqrt{2},3)$　　D.$(0,4)$

例 7.已知$f(x)$与$g(x)$是定义在R上的连续函数,如果$f(x)$与$g(x)$仅当$x=0$时的函数值为 0,且$f(x)\geqslant g(x)$，那么下列情形不可能出现的的是(　　)

A.0 是$f(x)$的极大值,也是$g(x)$的极大值　　B.0 是$f(x)$的极小值,也是$g(x)$的极小值

C.0 是$f(x)$的极大值，但不是$g(x)$的极值　　D.0 是$f(x)$的极小值,但不是$g(x)$的极值

例 8.设$f(x)=\begin{cases}x^2,|x|\geq1,\\x,|x|<1,\end{cases}$$g(x)$是二次函数,若$f(g(x))$的值域是$[0,+\infty)$,则$g(x)$的值域是(　　)

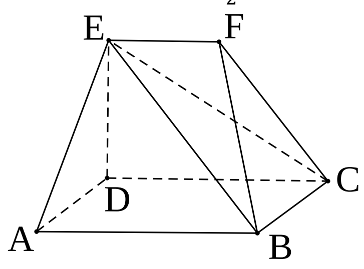
A.$(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$　　B.$(-\infty,-1]\cup[0,+\infty)$

C.$[0,+\infty)$　　D.$[1,+\infty)$

例 9.数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_2=\frac{2}{3}$,且$\frac{1}{a_{n-1}}+\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{2}{a_n}(n\geqslant2)$,则$a_n$等于(　　)

A.$\frac{2}{n+1}$　　B.$\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$　　C.$\left(\frac{2}{3}\right)^{n}$　　D.$\frac{2}{n+2}$

例 10. 如图所示,在多面体$ABCDEF$中,已知面$ABCD$是边长为 3 的正方形,EF//AB, $\mathrm{EF}=\frac{3}{2}$,EF与平面ABCD的距离为 2,则该多面体的体积为(　　)



A.$\frac{9}{2}$

B.5

C.6

D.$\frac{15}{2}$

例 11.设△ABC的三边a、b、c满足等式$a\cos A+b\cos B=c\cos C$,则此三角形一定是(　　)

A.以a为斜边的直角三角形　　C.等边三角形

B.以b为斜边的直角三角形　　D.其它三角形

例 12.点 P是双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$右分支上一点,$F_1$、$F_2$分别是左右焦点,且焦距为2c,则△$PF_1F_2$的内切圆圆心的横坐标为(　　)

A.a　　B.b　　C.c　　D.$a+b-c$