

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科导学案

函数的图象与性质

研制人：曹远慧 审核人：陈宏强

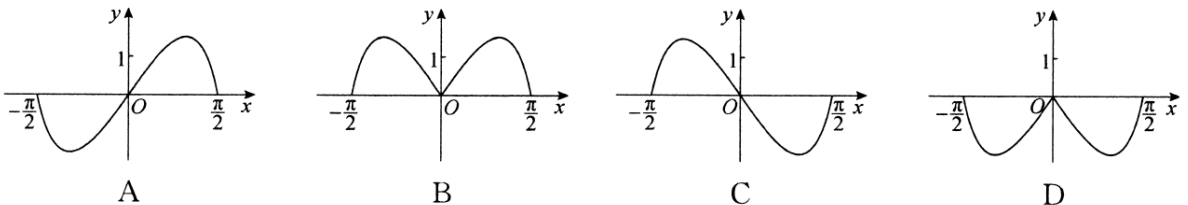
班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 授课日期：_____

【考情分析】

函数的图象与性质的考查是新高考的热点之一,一般以客观题出现,多为容易题或中档题.主要考查的知识点有:图象识别,函数图象的变换,函数图象的应用,运用函数图象研究函数的性质.函数的三大性质:单调性、奇偶性及周期性,函数性质的考查以考查能力为主,往往以常见函数为基本考查对象,以绝对值或分段函数的呈现方式,与导数、不等式相结合,研究函数的零点,考查学生运用函数与方程、数形结合、分类讨论和等价与转化思想解决问题的能力.其中数形结合思想、函数与方程考查频率较高.

【真题感悟】

1.(2022 全国甲卷·理科)函数 $y = (3^x - 3^{-x})\cos x$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 的图象大致为()



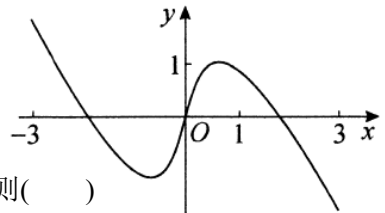
2.(2022 全国乙卷)如图是下列四个函数中的某个函数在区间 $[-3, 3]$ 的大致图象,则该函数是()

A. $y = \frac{-x^3 + 3x}{x^2 + 1}$

B. $y = \frac{x^3 - x}{x^2 + 1}$

C. $y = \frac{2x\cos x}{x^2 + 1}$

D. $y = \frac{2x\sin x}{x^2 + 1}$



3.(多选题)(2022 新高考全国 I 卷)已知函数 $f(x) = x^3 - x + 1$,则()

A. $f(x)$ 有两个极值点

B. $f(x)$ 有三个零点

C. 点 $(0, 1)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的对称中心

D. 直线 $y = 2x$ 是曲线 $y = f(x)$ 的切线

4.(2022 北京卷) $f(x) = \begin{cases} -ax + 1, & x < a \\ (x - 2)^2, & x \geq a \end{cases}$ 若 $f(x)$ 存在最小值,则 a 的一个取值为_____ ; a 的最大值为_____.

【典例导引】

例 1. (1) (2021 北京卷)已知 $f(x)$ 是定义在 $[0, 1]$ 上的函数,那么“函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递增”是“函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值为 $f(1)$ ”的()

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

(2)(2022 陕西西安市周至县一模)已知函数 $f(x)$ 满足 $f(1+x) + f(1-x) = 0$,且 $f(-x) = f(x)$,当 $1 \leq x \leq 2$ 时, $f(x) = 2^x - 1$,则 $f(2021) = ()$

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

(3)(多选题)(2022 新高考全国 I 卷)已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 \mathbf{R} ,记 $g(x) = f'(x)$,若 $f(\frac{3}{2} - 2x)$, $g(2+x)$ 均为偶函数,则()

A. $f(0) = 0$ B. $g(-\frac{1}{2}) = 0$ C. $f(-1) = f(4)$ D. $g(-1) = g(2)$

(4)(多选题)(2021 广东广州市二模)函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} ,且 $f(x-1)$ 与 $f(x+1)$ 都为奇函数,则下列说法正确的是()

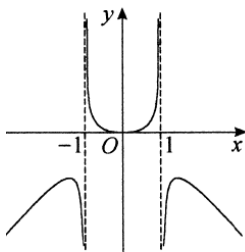
A. $f(x)$ 是周期为 2 的周期函数

B. $f(x)$ 是周期为 4 的周期函数

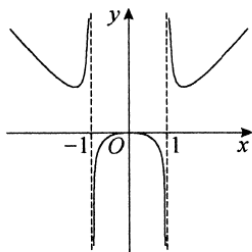
C. $f(x+2)$ 为奇函数

D. $f(x+3)$ 为奇函数

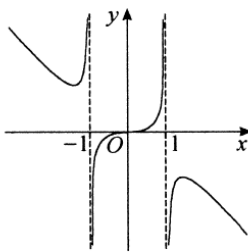
例 2. (1) (2021 湖北八市联考) 函数 $f(x) = \begin{cases} 0, & x = 0, \\ \frac{x - \sin x}{\ln|x|}, & x \neq 0 \end{cases}$ 的部分图象大致为 ()



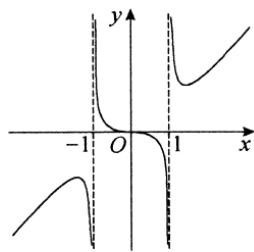
A



B



C



D

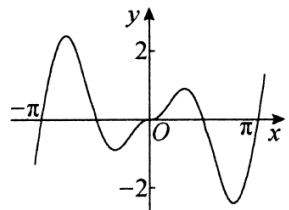
(2) 已知函数 $y = f(x)$ 的部分图象如图所示, 则其解析式可能是 ()

A. $f(x) = x \sin 2x$

B. $f(x) = |x| \sin 2x$

C. $f(x) = x \cos 2x$

D. $f(x) = |x| \cos 2x$



例 3. (1) (2021 山东济南市二模) 已知函数 $f(x) = \ln \frac{x-1}{x+1}$, 设 $a = f(4^{0.4})$, $b = f((\sqrt[4]{5})^3)$, $c = f(25^{0.2})$, 则 ()

A. $a > b > c$

B. $a > c > b$

C. $b > c > a$

D. $c > a > b$

(2) (2022 天津河东区一模) 设 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的偶函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增, 则 ()

A. $f(\log_3 \frac{1}{4}) > f(2^{-\frac{3}{2}}) > f(2^{-\frac{2}{3}})$

B. $f(2^{-\frac{3}{2}}) > f(2^{-\frac{2}{3}}) > f(\log_3 \frac{1}{4})$

C. $f(\log_3 \frac{1}{4}) > f(2^{-\frac{2}{3}}) > f(2^{-\frac{3}{2}})$

D. $f(2^{-\frac{2}{3}}) > f(2^{-\frac{3}{2}}) > f(\log_3 \frac{1}{4})$

(3) (2021 湖南长沙市三模) 已知 $a = x^{\frac{1}{3}}$, $b = (\frac{1}{3})^x$, $c = \log_{\frac{1}{3}} x$, 则下列说法正确的是 ()

A. 当 $a = b$ 时, $c < a$

B. 当 $b = c$ 时, $a < c$

C. 当 $a = c$ 时, $b < a$

D. 当 $c = 0$ 时, $a < b$

例 4. (1) (2022 北京大学附中三模) 已知函数 $f(x) = \log_2 x - x + 1$, 则不等式 $f(x) < 0$ 的解集是 ()

A. (1, 2)

B. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

C. (0, 2)

D. $(0, 1) \cup (2, +\infty)$

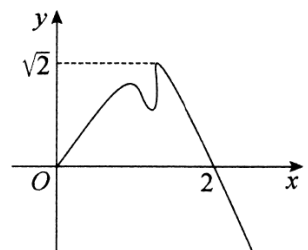
(2) (2022 河南商丘市三模) 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的图象如图所示, 则不等式 $x^2 f(x) > 2f(x)$ 的解集为 ()

A. $(-\sqrt{2}, 0) \cup (\sqrt{2}, 2)$

B. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

C. $(-\infty, -2) \cup (-\sqrt{2}, 0) \cup (\sqrt{2}, 2)$

D. $(-2, -\sqrt{2}) \cup (0, \sqrt{2}) \cup (2, +\infty)$



(3) (2021 广东湛江市三模) 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = f(x)$, 且当 $x \in [-1, 1)$

时, $f(x) = x^2$, 若函数 $g(x) = \log_a |x+1|$ 图象与 $f(x)$ 的图象恰有 10 个不同的公共点, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. (4, +infinity)

B. (6, +infinity)

C. (1, 4)

D. (4, 6)

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科作业

函数的图象与性质

研制人：曹远慧 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时长：60 分钟

1. (2022 浙江卷) 已知 $2^a = 5, \log_8 3 = b$, 则 $4^{a-3b} =$ ()

- A. 25 B. 5 C. $\frac{25}{9}$ D. $\frac{5}{3}$

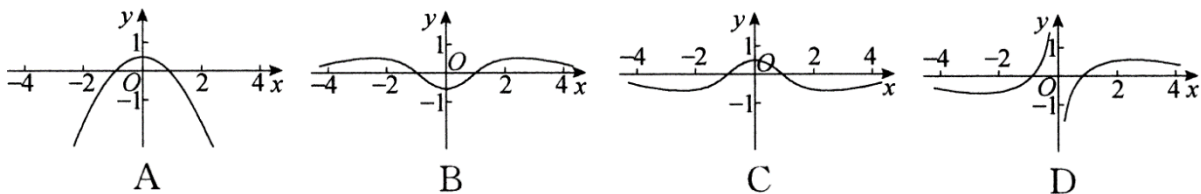
2. (2021 新高考全国 II 卷) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f(x+2)$ 为偶函数, $f(2x+1)$ 为奇函数, 则 ()

- A. $f(-\frac{1}{2}) = 0$ B. $f(-1) = 0$ C. $f(2) = 0$ D. $f(4) = 0$

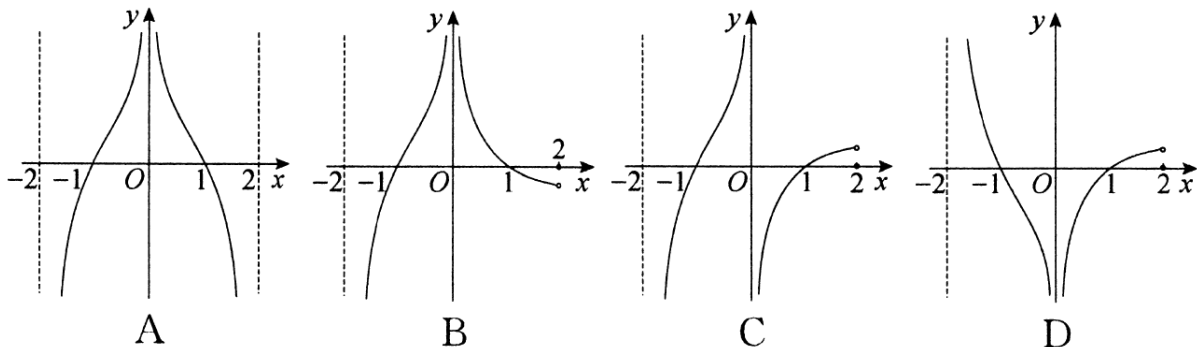
3. (2022 青海西宁市大通三模) 若函数 $f(x)$ 满足 $f(x+3) = f(x-1)$, 且当 $x \in [-2, 0]$ 时, $f(x) = 3^{-x} + 1$, 则 $f(2022) =$ ()

- A. $\frac{10}{9}$ B. 10 C. 4 D. 2

4. (2021 广东揭阳市三模) 函数 $f(x) = \frac{e^x(\cos x - x^2)}{e^{2x} + 1}$ 的大致图象为 ()



5. (2022 天津南开区三模) 函数 $y = \frac{\ln x^2}{x+2}, x \in (-2, 2)$ 的图象大致为 ()



6. (2021 山东青岛市二模) 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 的图象不间断, 有下列四个命题:

甲: $f(x)$ 是奇函数; 乙: $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称; 丙: $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上单调递减; 丁: 函数 $f(x)$ 的周期为 2. 如果只有一个假命题, 则该命题是 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

7. (2022 全国乙卷·理科) 已知函数 $f(x), g(x)$ 的定义域均为 \mathbf{R} , 且 $f(x) + g(2-x) = 5, g(x) - f(x-4) = 7$. 若 $y = g(x)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 对称, $g(2) = 4$, 则 $\sum_{k=1}^{22} f(k) =$ ()

- A. -21 B. -22 C. -23 D. -24

8.(2021 广东汕头市三模)已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数,满足 $\forall x \in \mathbf{R}$,都有 $f(x) = f(-x)$,且在 $[0, +\infty)$ 上单调递增.若 $a = f\left(\frac{1}{2}\right)$, $b = f(\sin 1)$, $c = f(\cos 2)$,则 a, b, c 的大小关系为()

A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $a > c > b$ D. $c > a > b$

9.(多选题)(2021 福建名校联盟大联考)已知函数 $f(x) = |1 - 2\sin 2x|$,下列结论正确的是()

A. $f(x)$ 的最小正周期为 π B. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{4}$ 对称

C. 函数 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{12}\right)$ 上单调递增 D. 方程 $f(x) = 1$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上有 7 个不同的实根

10.(多选题)(2022 山东济南市二模)下列不等关系中一定成立的是()

A. $\log_3 2 < \log_2 3$ B. $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{5}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}$ C. $(1+n)^{\frac{1}{2}} < 1 + \frac{n}{2}, n \in \mathbf{N}_+$ D. $2^n > n^2, n \in \mathbf{N}_+$

11.(多选题)(2022 山东济南市二模)已知函数 $f(x)$ 为偶函数,且 $f(x+2) = -f(2-x)$,则下列结论一定正确的是()

A. $f(x)$ 的图象关于点 $(-2, 0)$ 中心对称 B. $f(x)$ 是周期为 4 的周期函数

C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -2$ 轴对称 D. $f(x+4)$ 为偶函数

12.(2022 浙江卷)已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2, & x \leq 1, \\ x + \frac{1}{x} - 1, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right) = \underline{\hspace{2cm}}$,若当 $x \in [a, b]$ 时, $1 \leq f(x) \leq 3$,则 $b - a$ 的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. (2022 全国乙卷)若 $f(x) = \ln \left| a + \frac{1}{1-x} \right| + b$ 是奇函数,则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

14.(2021 广东深圳市一模)已知函数的图象关于 y 轴对称,且与直线 $y = x$ 相切,则满足上述条件的二次函数可以为 $f(x) = \underline{\hspace{4cm}}$.