绝密★启用前

江苏省仪征中学2023届高三数学抢分计划（3）

数　学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在答题卡和试卷的指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

本试卷共22题，满分150分. 考试用时120分钟.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 z 满足 $|z|=5$，$z+3i$ 的共轭复数为其自身，则 $z=$

A. $4+3i$　　B. $4-3i$　　C. $\pm4+3i$　　D. $\pm4-3i$

2. 已知集合 $A=\{1,3,a^2-2a\}$，$B=\{3,2a-3\}$，$C=\{x\mid x<0\}$，若 $B\subseteq A$ 且 $A\cap C=\varnothing$，则 $a=$

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 2 或 3

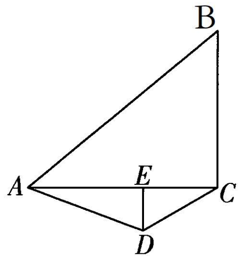
3. 已知 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，则 $m/\!/\alpha$ 的一个充分条件是

A. $m/\!/n,n/\!/\alpha$　　B. $m/\!/\beta,\alpha/\!/\beta$　　C. $m\perp n,n\perp\alpha,m\not\subset\alpha$　　D. $m\cap n=A,n/\!/\alpha,m\not\subset\alpha$

4. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_2+a_6=2S_4=8$，则 $S_8=$

A. 40　　B. 36　　C. 34　　D. 30

5. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB=2AD$，$\angle BAC=2\angle DAC=40^\circ$，$BC\perp AC$，点 E 在线段 AC 上且 $DE\perp AC$，则 $\dfrac{CE}{DE}=$



A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

6. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$，$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，$|\boldsymbol{c}-2\boldsymbol{a}|=1$，则 $|\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}|$ 的最小值为

A. $\sqrt{3}-1$　　B. $\sqrt{3}+1$　　C. $2\sqrt{3}-1$　　D. $2\sqrt{3}+1$

7. 已知定义在 $(0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)<x(f'(x)-1)$（$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数），且 $f(1)=0$，则下列选项正确的是

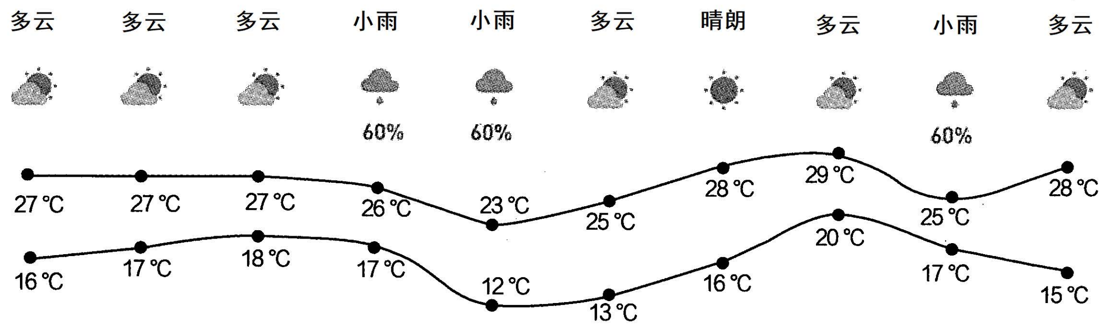
A. $f(2)<2$　　B. $f(2)>2$　　C. $f(3)<3$　　D. $f(3)>3$

8. 伟大的数学家阿基米德发现了一个神奇的规律：抛物线的一条弦与抛物线所围成的封闭图形的面积等于此封闭图形外接平行四边形（一组对边平行于抛物线的对称轴，另一组对边的其中一条边为该弦，另一条边与抛物线相切）面积的三分之二. 已知斜率大于零的直线交抛物线 $y^2=4x$ 于点 A,B，AB 的中点为 $C(\dfrac{3}{2},y_0)$，以 AB 为直径的圆与抛物线的准线相切，则弦 AB 与抛物线所围成的封闭图形的面积 $S=$

A. $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$　　B. $\dfrac{20\sqrt{5}}{9}$　　C. $\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$　　D. $\dfrac{5\sqrt{5}}{3}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知某地连续 10 天的天气预报如图所示（其中每一天上面的温度为当天的最高气温，下面的温度为当天的最低气温），其中小雨图标下面的百分数表示当天降雨的概率，则下列说法正确的是



A. 这 10 天的最高气温的平均数为 26. 5 ℃　B. 这 10 天的最低气温的第 80 百分位数为 17 ℃

C. 这 10 天的温差的众数为 9 ℃　D. 这 10 天中至少有一天一定会下雨

10. 已知函数 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})+4\cos^2x$，则下列说法正确的是

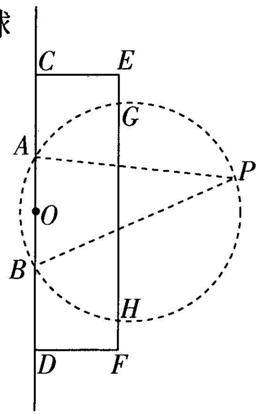
A. $f(x)$ 的最大值为 6

B. $f(x)$ 图象的一个对称中心为点 $(-\frac{\pi}{6},2)$

C. $f(x)$ 的单调递增区间为 $[k\pi-\frac{5\pi}{12},k\pi+\frac{\pi}{12}]$，$k\in\mathbf{Z}$

D. 将 $f(x)$ 的图象先向下平移 2 个单位长度，再向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，得到 $y=2\sqrt{3}\sin 2x$ 的图象

11. 2022年世界杯燃起了全球球迷的热情. 如图，世界杯标准球场的球门宽 $AB=7.32$ 米（AB 为球门线），球门区（也称为小禁区）是长方形区域 $CDFE$，其中 $AC=BD=CE=5.5$ 米，罚球点与球门线 AB 的中点 O 的连线与 AB 垂直且 O 与罚球点的距离为 10. 97 米，影响进球的因素有两个：(1) 球 P 与球门线 AB 两端点连线的夹角 $\angle APB$；(2) 球 P 与点 O 的距离. 已知 $\angle APB$ 越大、球 P 与点 O 的距离越近越容易进球. 若 $\angle APB=\frac{\pi}{6}$，A,B,P 在同一个圆上，EF 与该圆交于 G,H 两点，则下列说法正确的是（参考数据 $\sqrt{3}\approx1.7$）



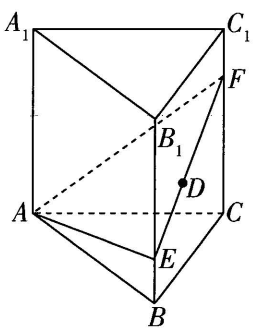
A. 优弧 $\overset{\frown}{AB}$ 的长度为 12.2π 米

B. 罚球点在圆外

C. GH 的长度小于 12 米

D. 球门区外最佳射球点为 G,H 两点

12. 如图，已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的棱长均为 6，E,F 分别为棱 BB_1,CC_1 上的动点，且 $BE=C_1F$，则下列说法正确的是



A. $\triangle AEF$ 的面积的最大值为 18

B. 点 A_1 到平面 AEF 的距离的最大值为 $3\sqrt{3}$

C. 直线 AA_1 与平面 AEF 所成角的最大值为 $\frac{\pi}{3}$

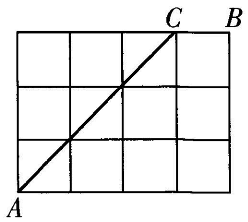
D. 若 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AF}$，则过 D 的平面截三棱柱外接球所得截面的最小半径为 4

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右顶点为 A，过双曲线 C 的右焦点 F 作渐近线 $y=-\frac{b}{a}x$ 的平行线，与渐近线 $y=\frac{b}{a}x$ 交于点 B，若 $AB\perp x$ 轴，则$\frac{b}{a}=$________.

14. 已知函数 $f(x)=a\cdot 3^x+(2b-2)\cdot 3^{-x}(a>0,b>0)$ 为奇函数，则$\frac{b+2a}{ab}$的最小值为________.

15. 清代数学家明安图所著《割圆密率捷法》中比西方更早提到了“卡特兰数”（以比利时数学家欧仁·查理·卡特兰的名字命名）. 有如下问题：在 $n\times n$ 的格子中，从左下角出发走到右上角，每一步只能往上或往右走一格，且走的过程中只能在左下角与右上角的连线的右下方（不能穿过，但可以到达该连线），则共有多少种不同的走法？此问题的结果即卡特兰数 $C_{2n}^{n}-C_{2n}^{n-1}$. 如图，现有 3×4 的格子，每一步只能往上或往右走一格，则从左下角 A 走到右上角 B 共有________种不同的走法；若要求从左下角 A 走到右上角 B 的过程中只能在直线 AC 的右下方，但可以到达直线 AC，则有________种不同的走法.



16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^{-2ax}(x<0)\\ \frac{1}{a}\ln\sqrt{x}(x>0)\end{cases}$，其中 $a>0$，若方程 $f(x)=f(-x)$ 有 4 个不同的实数根，则实数 a 的取值范围为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. （10 分）

已知 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_2^2=a_4$，$S_3=a_1a_2+3a_1$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求满足 $S_n^2-132>3a_{2n}$ 的 n 的最小值.

18. （12 分）

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=2a^2-ac$.

（1）求 B；

（2）从下面两个条件中任选一个作为已知条件，求 $\triangle ABC$ 的面积.

①$\cos A=\frac{\sqrt{6}}{3}$，$c=1+\sqrt{6}$；②$B$ 的角平分线交 AC 于 D，且 $AD=2CD=2$.

注：如果选择两个条件分别解答，按第一个解答计分.

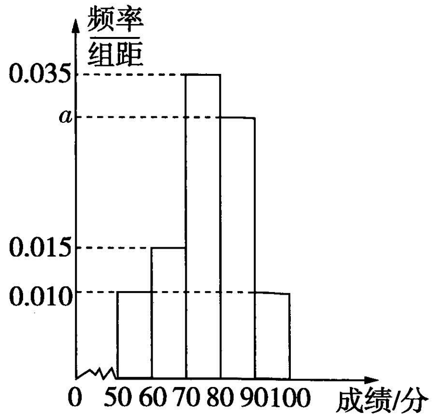
19. （12 分）

某市举行党史知识竞赛，已知某校共有 6 000 名青年团员参加初赛，初赛成绩（满分 100 分）的频率分布直方图如图所示.

（1）求 a 的值，并估计该校初赛成绩在[80,90)内的人数；

（2）若该校有 1 050 人入围复赛，估计进入复赛的分数线应该为多少？

(3)以频率估计概率,以样本估计总体,现从全市参赛选手中随机抽取 4 名,记成绩在 80 分及以上的选手人数为 ξ,求 ξ 的分布列和数学期望.

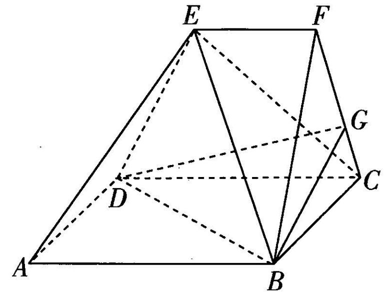


20. (12 分)

如图,已知多面体 $ABCDEF$ 中,正四棱锥 $E-ABCD$ 的所有棱长均相等,$EF/\!/AB$,且 $AB=2EF$,G 为线段 CF 上的一个动点(不与端点重合).

(1)证明:$BG\perp EF$;

(2)求二面角 $F-BG-D$ 的余弦值的取值范围.



21. (12 分)

已知 O 为坐标原点,椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的上顶点为 A,左焦点为 F,P 为第二象限内一点,且OP 垂直平分线段 FA,$\triangle PAF$ 为正三角形,$|OP|=1+\sqrt{3}$.

(1)求椭圆 C 的标准方程.

(2)若斜率存在的直线与 C 交于 D,E 两点(均不与 A 重合),直线 AD,AE 分别与 x 轴交于点 M,N,记线段 MN 的中点为 Q,$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=-\sqrt{2}\,\overrightarrow{OF}\cdot\overrightarrow{OQ}$,判断直线 DE 是否过定点?若过定点,求出该定点的坐标;若不过定点,请说明理由.

22. (12 分)

已知函数$f(x)=x\sin x$,$g(x)=a\sin x(a\in\mathbf{R})$,$g'(x)$为 $g(x)$的导函数.

(1)当 $a=1$ 时,求函数 $h(x)=f(x)+g'(x)$在区间$[-\pi,\pi]$上的最值;

(2)若函数 $m(x)=f(x)-g(x)\left(x\in\left(-\dfrac{\pi}{2},+\infty\right)\right)$,$x_i(i\in\mathbf{N}^*)$为 $m'(x)$($m'(x)$为 $m(x)$的导函数)从左到右的第 i 个零点,且 x_1,x_2,x_3 成等差数列,求 a 的值.