立体几何中的截面问题集锦

班级________　　姓名________　　日期________　　评价______

高考定位

立体几何中的截面问题主要考查空间想象、逻辑推理以及数学运算能力,因而截面问题一直是高考的热点、重点与难点。

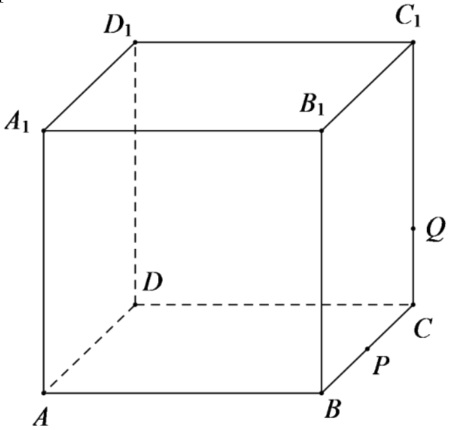
专题解析

（1）正方体的截面　（2）棱柱的截面　（3）棱锥的截面　（4）圆柱圆锥圆台的截面

（5）球的截面

专项突破

例 1．如图正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，棱长为 1，P 为 BC 中点，Q 为线段 CC_1 上的动点，过 A、P、Q 的平面截该正方体所得的截面记为 Ω.若 $\overrightarrow{CQ}=\lambda\overrightarrow{CC_1}$，则下列结论错误的是（　　）



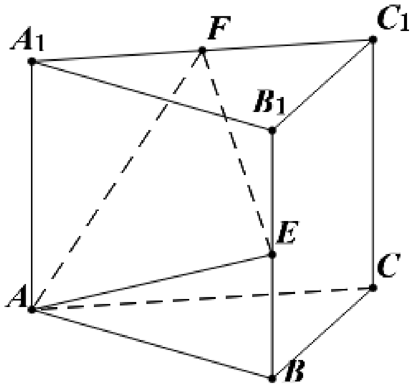
A．当 $\lambda\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 时，Ω 为四边形

B．当 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时，Ω 为等腰梯形

C．当 $\lambda\in\left(\frac{3}{4},1\right)$ 时，Ω 为六边形

D．当 $\lambda=1$ 时，Ω 的面积为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

例 2．正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，所有棱长均为 2，点 E，F 分别为棱 BB_1，A_1C_1 的中点，若过点 A，E，F 作一截面，则截面的周长为（　　）



A．$2+2\sqrt{5}$

B．$2\sqrt{5}+\frac{2}{3}\sqrt{13}$

C．$2\sqrt{5}+\sqrt{13}$

D．$2\sqrt{5}+\frac{\sqrt{13}}{2}$

例 3．空间四边形 $ABCD$ 的两条对角线 AC，BD 的长分别为 4，5，则平行于两条对角线的截面四边形 $EFGH$ 在平移过程中，其周长的取值范围是(　　)

A．$(5,10)$　　B．$(8,10)$　　C．$(3,6)$　　D．$(6,9)$

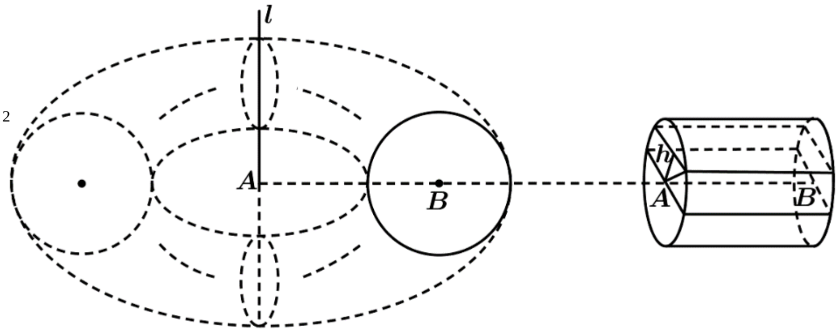
例 4．我国古代数学家祖暅求几何体的体积时，提出一个原理：幂势即同，则积不容异.这个定理的推广是夹在两个平行平面间的两个几何体，被平行于这两个平面的平面所截，若截得两个截面面积比为k，则两个几何体的体积比也为k.如下图所示，已知线段AB长为 4，直线l过点 A 且与AB垂直，以B为圆心，以 1 为半径的圆绕l旋转一周，得到环体M；以 A，B分别为上下底面的圆心，以 1 为上下底面半径的圆柱体N；过AB且与l垂直的平面为β，平面$\alpha//\beta$，且距离为h，若平面α截圆柱体N所得截面面积为S_1，平面α截环体M所得截面面积为S_2，则下列结论正确的是（　　）

A．圆柱体N的体积为4π

B．$S_2=2\pi S_1$

C．环体M的体积为8π

D．环体M的体积为$8\pi^2$



例 5．球O的内接正四面体$A-BCD$中，P、Q分别为被AC、AD上的点，过PQ作平面α，使得AB、CD与α平行，且AB、CD到α的距离分别为 1，2，则球O被平面α所截得的圆的面积是_______.

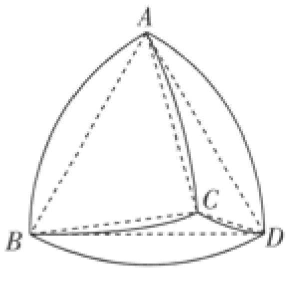
例 6．勒洛四面体是一个非常神奇的“四面体”，它能在两个平行平面间自由转动，并且始终保持与两平面都接触，因此它能像球一样来回滚动.勒洛四面体是以正四面体的四个顶点为球心，以正四面体的棱长为半径的四个球的公共部分，如图所示，若正四面体$ABCD$的棱长为a，则（　　）

A．能够容纳勒洛四面体的正方体的棱长的最小值为a

B．勒洛四面体能够容纳的最大球的半径为$\left(1-\frac{\sqrt{6}}{4}\right)a$

C．勒洛四面体的截面面积的最大值为$\frac{1}{4}\left(2\pi-\sqrt{3}\right)a^2$

D．勒洛四面体的体积$V\in\left(\frac{\sqrt{2}}{12}a^3,\frac{\sqrt{6}\pi}{8}a^3\right)$



立体几何中的截面问题巩固练习

班级_______　　姓名________　　日期_______　　评价______

1．正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，E 是棱 DD_1 的中点，则平面 AC_1E 截该正方体所得的截面面积为（　　）

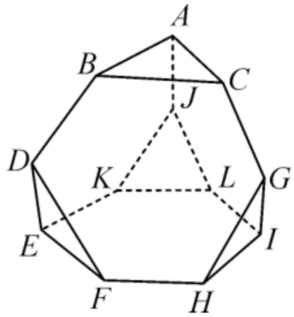
A．5　　B．$2\sqrt{5}$　　C．$4\sqrt{6}$　　D．$2\sqrt{6}$

2．在立体几何中，用一个平面去截一个几何体得到的平面图形叫截面．平面 α 以任意角度截正方体，所截得的截面图形不可能为（　　）

A．等腰梯形　　B．非矩形的平行四边形

C．正五边形　　D．正六边形

3.某艺术比赛提倡能力均衡发展，特别将水晶奖杯设计成具有对称美的形状．其形如图所示，是将棱长为 $3a$ 的正四面体沿棱的三等分点，作平行于底面的截面得到所有棱长均为 a 的空间几何体，则下列说法正确的是（　　）



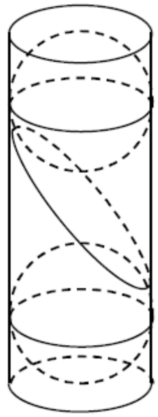
A．该几何体的体积为 $\dfrac{23\sqrt{2}}{12}a^3$

B．该几何体的外接球表面积为 $\dfrac{11}{2}\pi a^2$

C．该几何体的表面积为 $9\sqrt{3}a^2$

D．该几何体中，二面角 $A-BC-D$ 的余弦值为 $\dfrac{1}{3}$

4.如图所示，一个圆柱形乒乓球筒，高为 12 厘米，底面半径为 2 厘米．球筒的上底和下底分别粘有一个乒乓球，乒乓球与球筒底面及侧面均相切（球筒和乒乓球厚度忽略不计），一个平面与两个乒乓球均相切，且此平面截球筒边缘所得的图形为一个椭圆，则该椭圆的离心率为(　　)



A．$\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

B．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

C．$\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$

D．$\dfrac{1}{5}$

5．已知正四面体的中心与球心 O 重合，正四面体的棱长为 $2\sqrt{6}$，球的半径为 $\sqrt{5}$，则正四面体表面与球面的交线的总长度为(　　)

A．4π　　B．$8\sqrt{2}\pi$　　C．$12\sqrt{2}\pi$　　D．12π

6．已知 AB 是平面 α 的斜线段，A 为斜足，若 AB 与平面 α 成 60° 角，过定点 B 的动直线 l 与斜线 AB 成 60° 角，且交 α 于点 P，则动点 P 的轨迹是(　　)

A．圆　　B．椭圆　　C．双曲线　　D．抛物线

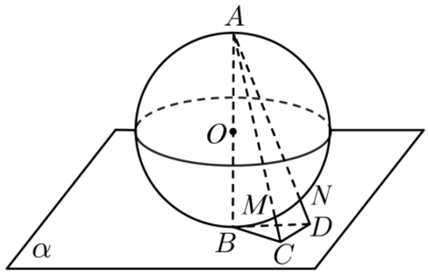
7. 如图，已知半径为$\sqrt{2}$的球O的直径AB垂直于平面α，垂足为B，$\triangle BCD$是平面α内的等腰直角三角形，其中$BC=BD=\sqrt{2}$，线段AC、AD分别与球面交于点M、N，则三棱锥$A-BMN$的体积为（　　）

A．$\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$

B．$\dfrac{32\sqrt{2}}{75}$

C．$\dfrac{2\sqrt{2}}{25}$

D．$\dfrac{16\sqrt{2}}{25}$



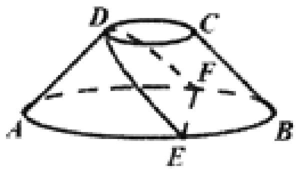
8. 在正四面体$ABCD$中，P，Q分别是棱AB，CD的中点，E，F分别是直线AB，CD上的动点，且满足$|PE|+|QF|=a$，M是EF的中点，则点M的轨迹围成的区域的面积是(　　)

A．$\dfrac{a^2}{4}$　　B．$\dfrac{a^2}{2}$　　C．$\dfrac{\pi a^2}{4}$　　D．$\dfrac{\pi a^2}{2}$

9.在棱长为$4\sqrt{2}$的正四面体$A-BCD$中，点EF分别为直线AB，CD上的动点，点P为EF中点，Q为正四面体中心（满足$QA=QB=QC=QD$)，若$PQ=\sqrt{2}$，则EF长度为____.

10．设正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，α为过直线BD_1的平面，则α截该正方体的截面面积的取值范围是____.

11.如图，$ABCD$是圆台的轴截面，$AB=3CD=6, AD=2\sqrt{2}$，过点D与AD垂直的平面交下底圆周于E,F两点，则四面体$CDEF$的体积为__________.



12．一个封闭的正方体容器内盛有一半的水，以正方体的一个顶点为支撑点，将该正方体在水平桌面上任意旋转，当容器内的水面与桌面间距离最大时，水面截正方体各面所形成的图形周长为$3\sqrt{2}$，则此正方体外接球的表面积为___________.