

填空题的答题技巧

【命题规律】

高考的填空题绝大部分属于中档题目，通常按照由易到难的顺序排列，每道题目一般是多个知识点的小型综合，其中不乏渗透各种数学的思想和方法，基本上能够做到充分考查灵活应用基础知识解决数学问题的能力。

(1) 基本策略：填空题属于“小灵通”题，其解题过程可以说是“不讲道理”，所以其解题的基本策略是充分利用题干所提供的信息作出判断和分析，先定性后定量，先特殊后一般，先间接后直接，尤其是对选择题可以先进行排除，缩小选项数量后再验证求解。

(2) 常用方法：填空题也属“小”题，解题的原则是“小”题巧解，“小”题快解，“小”题解准。求解的方法主要分为直接法和间接法两大类，具体有：直接法，特值法，图解法，构造法，估算法，对选择题还有排除法（筛选法）等。

【真题回归】

1. (2022·浙江·统考高考真题) 设点 P 在单位圆的内接正八边形 $A_1A_2\cdots A_8$ 的边 A_1A_2 上，则

$\overline{PA_1}^2 + \overline{PA_2}^2 + \cdots + \overline{PA_8}^2$ 的取值范围是_____.

2. (2022·浙江·统考高考真题) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F ，过 F 且斜率为 $\frac{b}{4a}$ 的

直线交双曲线于点 $A(x_1, y_1)$ ，交双曲线的渐近线于点 $B(x_2, y_2)$ 且 $x_1 < 0 < x_2$ 。若 $|FB| = 3|FA|$ ，则双曲线的离心率是_____.

3. (2022·浙江·统考高考真题) 已知多项式 $(x+2)(x-1)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ ，则 $a_2 =$ _____， $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 =$ _____.

4. (2022·全国·统考高考真题) 已知 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上， $\angle ADB = 120^\circ$ ， $AD = 2$ ， $CD = 2BD$ 。当

$\frac{AC}{AB}$ 取得最小值时， $BD =$ _____.

【方法技巧与总结】

1、面对一个抽象或复杂的数学问题时，不妨先考虑其特例，这就是数学中常说的特殊化思维策略“特殊化思维”是解高考数学填空题的一种常用解题策略，其实质是把一般情形转化为特殊情形，把抽象问题转化为具体问题，把复杂问题转化为简单问题，实现快速、准确求解的目的。

2、等价转化可以把复杂问题简单化，把陌生问题熟悉化，把原问题等价转化为便于解决的问题，从而得出正确结果。

3、数形结合实际上就是把代数式的精确刻画与几何图形的直观描述有机地结合起来，相互转化，实现形象思维和抽象思维的优势互补。一方面，借助图形的性质使许多抽象概念和关系直观而形象，以利于探索解题途径；另一方面，几何问题代数化，通过数理推证、数量刻画，获得一般化结论。

【核心考点】

核心考点一：特殊法速解填空题

例 1. 已知函数 $f(x) = x^3(a \cdot 2^x - 2^{-x})$ 是偶函数，则 $a =$ _____.

例 2. 设 $x \in R$ ，用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，则“ $[x] \geq [y]$ ”是“ $x \geq y$ ”的 _____ 条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分也不必要”)

例 3. 已知 $f(x)$ 是定义域为 R 的函数， $f(x-2)$ 为奇函数， $f(2x-1)$ 为偶函数，则 $\sum_{i=0}^{16} f(i) =$ _____.

核心考点二：转化法巧解填空题

例 4. 已知函数 $f(x) = x + \ln(x-1)$ ， $g(x) = x \ln x$ ，若 $f(x_1) = 1 + 2 \ln t$ ， $g(x_2) = t^2$ ，则 $\frac{\ln t}{x_1 x_2 - x_2}$ 的最大值为 _____.

例 5. 若曲线 $y = (2x - a)e^x$ 有两条过坐标原点的切线，则实数 a 的取值范围为 _____.

例 6. 已知直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长均为 2， $\angle BAD = 60^\circ$ ，以 D_1 为球心， $\sqrt{5}$ 为半径的球面与侧面 BCC_1B_1 的交线长为 _____.

核心考点三：数形结合巧解填空题

例 7. 若过点 $(a, 0)$ ， $(0, b)$ 分别只可以作曲线 $y = \frac{e^x}{x}$ 的一条切线，则 $a + b$ 的取值范围为 _____.

例 8. 已知抛物线 $\Gamma: y^2 = 2px (p > 0)$ ，过焦点 F 且斜率为 $2\sqrt{6}$ 的直线 l 交 Γ 于 A, B 两点 (其中点 A 在 x 轴下方)，再过 A, B 分别作抛物线准线的垂线，垂足分别为 D, C ，设 S_1, S_2 分别为 $\triangle ADF, \triangle BCF$ 的面积，则 $\frac{S_1}{S_2} =$ _____.

例 9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} kx + 3, & x \geq 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x < 0 \end{cases}$ 若方程 $f(f(x)) - 2 = 0$ 恰有三个实数根，则实数 k 的取值范围是 _____.

核心考点四：换元法巧解填空题

例 10. 若 $f(2x+1) = 4x^2 + 4x$ ，则 $f(x)$ 的解析式为 _____.

例 11. 已知函数 $f(x) = \log_{0.3}(x^2 - ax - a)$, 若对任意两个不相等的实数 $x_1, x_2 \in (-\infty, -\frac{1}{2})$, $f(x)$

都满足不等式 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$, 则实数 a 的取值范围是_____.

例 12. 若函数 $f(x) = ae^x - \frac{\ln x}{x} - 1$ 只有一个零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

核心考点五: 整体代换法巧解填空题

例 13. 若 $\exists x \in [0, 2]$, 使不等式 $(e-1)\ln a \geq ae^{1-x} + e(x-1) - x$ 成立, 其中 e 为自然对数的底数, 则实数 a 的取值范围是_____.

例 14. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2, \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{a}(\vec{a} - 2\vec{c}), \vec{c} \perp (2\vec{c} + \vec{b})$, 则

$$|\vec{c} + \vec{a}|^2 + |\vec{c} + \vec{b}|^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

例 15. 设 $x > 0, y > 0$, 且 $(x - \frac{1}{y})^2 = \frac{16y}{x}$, 则当 $x + \frac{1}{y}$ 取最小值时, $x^2 + \frac{1}{y^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

核心考点六: 坐标法巧解填空题

例 16. 单位圆中, AB 为一条直径, C, D 为圆上两点且弦 CD 长为 $\sqrt{3}$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ 的取值范围是_____.

例 17. 已知 \vec{c} 为单位向量, \vec{a} 满足 $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot \vec{c} = 0, 2023\vec{b} = \vec{a} + 2022\vec{c}$, 当 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角最大时,

$$|\vec{b} - \vec{c}| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

例 18. 已知半径为 1 的圆 O 上有三个动点 A, B, C , 且 $|AB| = \sqrt{2}$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的最小值为_____.

核心考点七: 赋值法巧解填空题

例 19. 已知数列 $\{a_n\}$, $a_1 = 1$, 对于任意正整数 m, n , 都满足 $a_{m+n} = a_m + a_n + mn$, 则

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_{2021}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

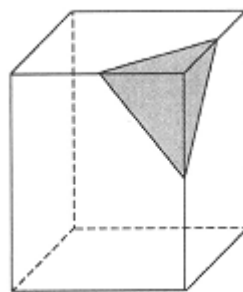
例 20. 若 $(3x + 2)^{2020} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{2020}x^{2020}$, 则 $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2019}$ 被 12 整除的余数为_____.

例 21. 已知偶函数 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, 0]$ 上单调递增, 且满足 $f(1-x) + f(1+x) = 0$, 给出下列判断: ① $f(-3) = 0$; ② $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是增函数; ③ $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称; ④ 函数 $f(x)$ 在 $x = 2$ 处取得最小值; ⑤ 函数 $y = f(x)$ 没有最大值, 其中判断正确的序号是_____.

核心考点八: 正难则反法巧解填空题

例 22. 从 3 名骨科、4 名脑外科和 5 名内科医生中选派 5 人组成一个抗震救灾医疗小组, 则骨科、脑外科和内科医生都至少有 1 人的选派方法种数是_____ (用数字作答).

例 23. 如图, 将一个长方体用过相邻三条棱的中点的平面截出一个棱锥, 则该棱锥的体积与剩下的几何体体积的比为_____.



例 24. 从正四面体的四个面的中心以及四个顶点共八个点中取出四个点, 则这四个点不共面的取法总数为_____种.