

球的切与接问题集锦

班级_____ 姓名_____ 日期_____ 评价_____

高考定位

球作为立体几何中重要的旋转体之一，成为考查的重点，基本属于必考题目。而且球相关的特殊距离，即球面距离是一个备考的重点，要熟练掌握基本的解题技巧。还有球的截面的性质的运用，特别是其它几何体的内切球与外接球类组合体问题，更应特别加以关注的。题目一般属于中档难度，往往单独成题，或者在解答题中以小问的形式出现。

专项突破

例 1. 《九章算术》中将四个面都为直角三角形的三棱锥称之为鳖臑，若三棱锥 $P-ABC$ 为鳖臑， $PA \perp$ 平面 ABC ， $PA=BC=4$ ， $AB=3$ ， $AB \perp BC$ ，若三棱锥 $P-ABC$ 的所有顶点都在球 O 上，则球 O 的半径为

()

- A. $\frac{\sqrt{41}}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{2}$

例 2. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点在球 O 的球面上， $PA=PB=PC$ ， $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形， E, F 分别是 PA, AB 的中点， $\angle CEF=90^\circ$ ，则球 O 的体积为 ()

- A. $8\sqrt{6}\pi$ B. $4\sqrt{6}\pi$ C. $2\sqrt{6}\pi$ D. $\sqrt{6}\pi$

例 3. 三棱锥 $A-BCD$ 中， $\angle ABC = \angle CBD = \angle DBA = 60^\circ$ ， $BC = BD = 1$ ， $\triangle ACD$ 的面积为 $\frac{\sqrt{11}}{4}$ ，则此三棱锥外接球的表面积为 ()

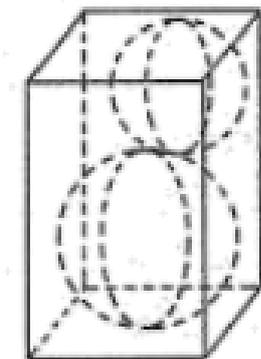
- A. 4π B. 16π C. $\frac{16}{3}\pi$ D. $\frac{32}{3}\pi$

例 4. 已知在三棱锥 $S-ABC$ 中， $AB \perp BC$ ， $AB=BC=2$ ， $SA=SC=2\sqrt{2}$ ，二面角 $B-AC-S$ 的大小为 $\frac{2\pi}{3}$ ，则三棱锥 $S-ABC$ 的外接球的表面积为 ()

- A. $\frac{124\pi}{9}$ B. $\frac{105\pi}{4}$ C. $\frac{105\pi}{9}$ D. $\frac{104\pi}{9}$

例 5. 已知圆锥的底面半径为 1，母线长为 3，则该圆锥内半径最大的球的体积为_____。

例 6. 如图，在底面边长为 4，高为 6 的正四棱柱中，大球与该正四棱柱的五个面均相切，小球在大球上方且与该正四棱柱的三个面相切，也与大球相切，则小球的半径为_____.



例 7. 球 O 的球面上有四点 S 、 A 、 B 、 C ，其中 O 、 A 、 B 、 C 四点共面， $\triangle ABC$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形，平面 $SAB \perp$ 平面 ABC ，则棱锥 $S-ABC$ 体积的最大值为_____.

例 8. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是直角梯形， $AB \parallel CD, AB \perp AD$ ， $CD = AD = \sqrt{2}AB = 2$ ，若动点 Q 在平面 PAD 内运动，使得 $\angle CQD$ 与 $\angle BQA$ 相等，则三棱锥 $Q-ACD$ 的体积最大时的外接球的体积为_____.

例 9. 在梯形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$ ， $AB = BC = \frac{1}{2}AD = 1$ ， M 为 AC 的中点，将 $\triangle ABC$ 沿直线 AC 翻折成 $\triangle AB_1C$ ，当三棱锥 B_1-ACD 的体积最大时，过点 M 的平面截三棱锥 B_1-ACD 的外接球所得截面面积的最小值为_____.

专题解析

- (1) 补形 (2) 找球心 (3) 作球心 (4) 平面化 (5) 动态切接

球的切与接问题集锦巩固练习

班级_____ 姓名_____ 日期_____ 评价_____

1. 四棱锥 $A-BCDE$ 的各顶点都在同一球面上, $AB \perp$ 底面 $BCDE$, 底面 $BCDE$ 为梯形, $\angle BCD = 60^\circ$, 且 $AB=CB=BE=ED=2$, 则此球的表面积等于 ()

A. 25π B. 24π C. 20π D. 16π
2. 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面是边长为 4 的正方形, 且 $PA=2, PB=PD=2\sqrt{5}$, 则四棱锥外接球的表面积为 ()

A. 4π B. 8π C. 36π D. 144π
3. 已知 A, B, C 为球 O 的球面上的三个点, $\odot O_1$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆, 若 $\odot O_1$ 的面积为 4π , $AB=BC=AC=OO_1$, 则球 O 的表面积为 ()

A. 64π B. 48π C. 36π D. 32π
4. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点在球 O 的球面上, $PA=PB=PC$, $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形, E, F 分别是 PA, AB 的中点, $\angle CEF = 90^\circ$, 则球 O 的体积为 ()

A. $8\sqrt{6}\pi$ B. $4\sqrt{6}\pi$ C. $2\sqrt{6}\pi$ D. $\sqrt{6}\pi$
5. 如图是一个由 6 个正方形和 8 个正三角形围成的十四面体, 其所有顶点都在球 O 的球面上, 若十四面体的棱长为 1, 则球 O 的表面积为 ()

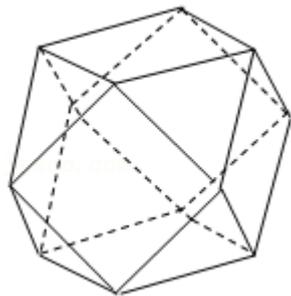
A. 2π
B. 4π
C. 6π
D. 8π
6. 已知圆锥的底面半径为 2, 母线长为 4, 则该圆锥内半径最大的球的表面积与圆锥外接球的表面积之比为 ()

A. 1:2 B. 1:4 C. 1:8 D. 1:27
7. 单位正方体内部或边界上不共面的四个点构成的四面体体积的最大值为 ()

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$
8. 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 已知 $PA \perp$ 底面 $ABCD, AB \perp BC, AD \perp CD$, 且 $\angle BAD = 120^\circ, PA = AB = AD = 2$, 则该四棱锥外接球的体积为 ()

A. $4\sqrt{3}\pi$ B. $\frac{20\pi}{3}$ C. $\frac{20\sqrt{5}}{3}\pi$ D. $20\sqrt{5}\pi$
9. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 平面 $PAB \perp$ 平面 $ABC, AB \perp BC, PA = BC = 2, AB = 4, \triangle PAB$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, 则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球体积为 ()

A. $\frac{4\pi}{3}$ B. $\frac{32\pi}{3}$ C. $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$ D. $4\sqrt{3}\pi$



10. 在四面体 $S-ABC$ 中, $SA \perp$ 平面 ABC , $\angle BAC = \frac{\pi}{6}$, $SB = 2\sqrt{2}$, $SC = 4, SA = 2$, 则该四面体的外接球的表面积是 ()

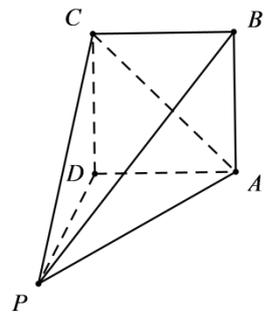
- A. $\frac{25\pi}{3}$ B. 100π C. $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$ D. 20π

11. (多选) 我们把所有棱长都相等的正棱柱(锥)叫“等长正棱柱(锥)”, 而与其所有棱都相切的称为棱切球, 设下列“等长正棱柱(锥)”的棱长都为 1, 则下列说法中正确的有 ()

- A. 正方体的棱切球的半径为 $\sqrt{2}$
 B. 正四面体的棱切球的表面积为 $\frac{\pi}{2}$
 C. 等长正六棱柱的棱切球的体积为 $\frac{4\pi}{3}$
 D. 等长正四棱锥的棱切球被棱锥 5 个面(侧面和底面)截得的截面面积之和为 $\frac{7\pi}{12}$

12. 空间四面体 $ABCD$ 中, $AB = CD = 2$, $AD = BC = 3$, $AC = BD = \sqrt{10}$, 则该四面体的外接球的表面积为 _____

13. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp AC$, $AB \perp$ 平面 PAD , 底面 $ABCD$ 为正方形, 且 $CD + PD = 3$. 若四棱锥 $P-ABCD$ 的每个顶点都在球 O 的球面上, 则当 $CD = 1$ 时, 球 O 的表面积为 _____; 当四棱锥 $P-ABCD$ 的体积取得最大值时, 二面角 $A-PC-D$ 的正切值为 _____.



14. 已知球 O 是三棱锥 $P-ABC$ 的外接球, $PA = AB = PB = AC = 2$, $CP = 2\sqrt{2}$, 点 D 是 PB 的中点, 且 $CD = \sqrt{7}$, 则球 O 的表面积为 _____.

15. 已知三棱锥 $S-ABC$ 中, $SA \perp$ 平面 ABC , 且 $SA = 4$, $AB = AC = 2$, $\angle BAC = 120^\circ$, 则三棱锥 $S-ABC$ 的外接球的表面积为 _____.

16. 已知球面上有四个点 A, B, C, D , 球心为点 O , O 在 CD 上, 若三棱锥 $A-BCD$ 的体积的最大值为 $\frac{8}{3}$, 则该球 O 的体积为 _____.

17. 已知三棱锥 $S-ABC$ 的外接球 O 的表面积为 8π , $SA = 2$, $SA \perp$ 平面 ABC , $\triangle ABC$ 是以 AC 为斜边的直角三角形, 点 P 在球 O 的表面上运动, 则三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值为 _____.