

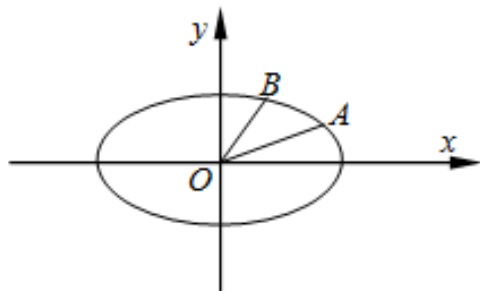
江苏省仪征中学 2023 届高三（下）数学解答题规范训练 4

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 日期 _____ 评价 _____

18. 在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 过点 $(1, \frac{\sqrt{6}}{2})$ ，离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ， A, B 是椭圆 E 上的两点，且直线 OA, OB 的斜率分别为 k_1, k_2 .

(1) 求椭圆 E 的标准方程；

(2) 若 $k_1 \cdot k_2 = \frac{1}{2}$ ，求直线 AB 的斜率.



19. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ， $\frac{\cos A}{\cos C} = -\frac{\sqrt{3}a}{2b + \sqrt{3}c}$ ，点 D 是边 BC 上的一点，且 $\frac{\sin \angle BAD}{b} + \frac{\sin \angle CAD}{c} = \frac{3}{2a}$.

(1) 求证： $AD = \frac{a}{3}$ ；

(2) 若 $CD = 2BD$ ，求 $\cos \angle ADC$.

20.脂肪含量（单位：%）指的是脂肪重量占人体总重量的比例.某运动生理学家在对某项健身活动参与人群的脂肪含量调查中，采用样本量比例分配的分层随机抽样，如果不知道样本数据，只知道抽取了男性120位，其平均数和方差分别为14和6，抽取了女性90位，其平均数和方差分别为21和17.

(1)试由这些数据计算出总样本的均值与方差，并对该项健身活动的全体参与者的脂肪含量的均值与方差作出估计.（结果保留整数）

(2)假设全体参与者的脂肪含量为随机变量 X ，且 $X \sim N(17, \sigma^2)$ ，其中 σ^2 近似为(1)中计算的总样本方差.现从全体参与者中随机抽取3位，求3位参与者的脂肪含量均小于12.2%的概率.

附:若随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，则 $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827$ ， $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545$ ， $\sqrt{22} \approx 4.7$ ， $\sqrt{23} \approx 4.8$ ， $0.15865^3 \approx 0.004$.