# 江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科导学案

## 直线与圆锥曲线的综合问题

研制人：　曹远慧　　　审核人：陈宏强

班级：__________ 姓名：__________ 学号：________ 授课日期：

**【考情分析】**

考查圆锥曲线的题目有小有大,其中小题以考查圆、椭圆、双曲线、抛物线的方程及几何性质为主, 难度在中等或以上; 大题则主要考查直线与椭圆、双曲线、抛物线的位置关系问题, 该题一般分 2 问, 第 1 问一般考查曲线的方程, 第 2 问一般考查弦长、三角形面积、定点、定值及最值问题. 命题的主要特点有: 一是以过特殊点的直线与圆锥曲线相交为基础设计“连环题”, 结合曲线的定义及几何性质, 利用待定系数法先行确定曲线的标准方程, 进一步研究弦长、图形面积、最值、取值范围等; 二是以不同曲线(圆、椭圆、双曲线、抛物线)的位置关系为基础设计“连环题”, 结合曲线的定义及几何性质, 利用待定系数法先行确定曲线的标准方程, 进一步研究弦长、图形面积、最值、取值范围、定点、定值等; 三是直线与圆锥曲线的位置关系问题, 综合性较强, 往往与向量(共线、垂直、数量积)结合, 涉及方程组联立, 根的判别式、根与系数的关系问题等.

**【真题感悟】**

1.(2020 全国 II 卷)设$O$为坐标原点,直线$x=a$与双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,>0)$的两条渐近线分别交于$D,E$两点,若$\triangle ODE$的面积为 8,则$C$的焦距的最小值为(　　)

A.4　　　B.8　　　C.16　　　D.32

2.(2022 浙江卷)已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为$F$,过$F$且斜率为$\frac{b}{4a}$的直线交双曲线于点$A(x_1,y_1)$,交双曲线的渐近线于点$B(x_2,y_2)$,且$x_1<0<x_2$.若$|FB|=3|FA|$,则双曲线的离心率是__________.

3.(2021 新高考I卷)已知$O$为坐标原点, 抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为$F$, $P$为$C$上一点, $PF$与$x$轴垂直,$Q$为$x$轴上一点,且$PQ\perp OP$,若$|FQ|=6$,则$C$的准线方程为__________.

4.(2022 新高考 II 卷)已知椭圆$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$,直线$l$与椭圆在第一象限交于$A,B$两点,与$x$轴,$y$轴分别交于$M,N$两点,且$MA=NB,MN=2\sqrt{3}$,则直线$l$的方程为__________.

**【典例导引】**

例 1. (2021 天津卷)已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$F$, 上顶点为$B$, 离心率为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$, 且$|BF|=\sqrt{5}$.

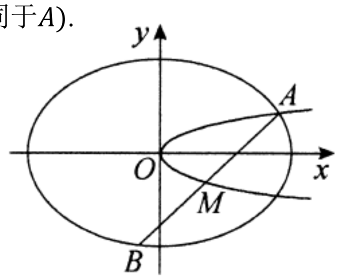
(1)求椭圆的方程;

(2)直线$l$与椭圆有唯一的公共点$M$,与$y$轴的正半轴交于点$N$,过$N$与$BF$垂直的直线交$x$轴于点$P$.若$MP//BF$,求直线$l$的方程.

例 2.(2020 浙江卷)如图,已知椭圆$C_1:\frac{x^2}{2}+y^2=1$,抛物线$C_2:y^2=2px(p>0)$,点$A$是椭圆$C_1$与抛物线$C_2$的交点,过点$A$的直线$l$交椭圆$C_1$于点$B$,交抛物线$C_2$于点$M(B,M$不同于$A)$.

(1)若$p=\frac{1}{16}$,求抛物线$C_2$的焦点坐标;

(2)若存在不过原点的直线$l$使$M$为线段$AB$的中点,求$p$的最大值.




例 3.(2022 河北石家庄市三模)已知动点$P$在椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上,$F_1,F_2$为椭圆$C$的左、右焦点.过点$P$作$x$轴的垂线,垂足为$P_0$,点$T$满足$\overrightarrow{P_0T}=\sqrt{2}\overrightarrow{P_0P}$,且点$T$的轨迹是过点$Q(0,\sqrt{2})$的圆.

(1)求椭圆$C$的方程;

(2)过点$F_1,F_2$分别作平行直线$l_1$和$l_2$,设$l_1$交椭圆$C$于点$A,B$,$l_2$交椭圆$C$于点$D,E$,求四边形$ABDE$的面积的最大值.

例 4.(2022 山东临沂市一模)已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$,离心率为$\frac{\sqrt{6}}{3}$,直线$x=\sqrt{2}$被$C$截得的线段长为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(1)求$C$的方程:

(2)若$A$和$B$为椭圆$C$上在$x$轴同侧的两点,且$\overrightarrow{AF_2}=\lambda\overrightarrow{BF_1}$,求四边形$ABF_1F_2$面积的最大值.

# 江苏省仪征中学2022-2023学年度第二学期高三数学学科作业

## 直线与圆锥曲线的综合问题

研制人：曹远慧　　审核人：陈宏强

班级：____________ 姓名：_____________ 学号：_________ 时长：60分钟

1.(2021 河北石家庄市一模)若双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线被圆$x^2+y^2-4y+2=0$所截得的弦长为2,则双曲线$C$的离心率为(　　)

A.$\sqrt{3}$　　B.$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C.2　　D.$\sqrt{2}$

2.(2021 湖北武汉市二模)已知$F_1,F_2$为椭圆$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$的左、右焦点,$P$是椭圆上一点,若$S_{\triangle F_1PF_2}=4$,则$\angle F_1PF_2=$(　　)

A.30°　　B.45°　　C.60°　　D.90°

3.(2021 福建泉州市二模)已知$F_1,F_2$是双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点,若点$F_2$关于双曲线渐近线的对称点$A$满足$\angle F_1AO=\angle AOF_1$($O$为坐标原点),则双曲线的渐近线方程为(　　)

A.$y=\pm 2x$　　B.$y=\pm\sqrt{3}x$　　C.$y=\pm\sqrt{2}x$　　D.$y=\pm x$

4.(2021 山东菏泽市三模)已知$F_1,F_2$分别是双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点,点$P$在双曲线右支上且不与顶点重合,过$F_2$作$\angle F_1PF_2$的平分线的垂线,垂足为$A$,$O$为坐标原点,若$|OA|=\sqrt{3}b$,则该双曲线的离心率为(　　)

A.$\sqrt{2}$　　B.$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C.2　　D.$\frac{\sqrt{5}}{2}$

5.(**多选题**)(2021 湖南怀化市二模)已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$的右焦点为$F$,左、右顶点分别为$A,B$,一条渐近线为$l$,则下列结论正确的是(　　)

A.当$a=1$时,$C$的离心率为$\sqrt{2}$

B.当$a=1$时,直线$y=x-1$与$C$仅有一个公共点

C.$F$到$l$的距离为1

D.若$F$在$l$上的射影为$M$,则经过$M,A,B$三点的圆的方程为$x^2+y^2=1$

6.(**多选题**)(2022 山东济南市二模)过抛物线$y^2=4x$焦点$F$的直线交抛物线于$A,B$两点($A$在第一象限),$M$为线段$AB$的中点.$M$在抛物线的准线$l$上的射影为点$N$,则下列说法正确的是(　　)

A.$|AB|$的最小值为4　　B.$NF\perp AB$

C.$\triangle NAB$面积的最小值为6　　D.若直线$AB$的斜率为$\sqrt{3}$,则$\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$

7.(2021 全国乙卷)已知双曲线$C:\frac{x^2}{m}-y^2=1(m>0)$的一条渐近线为$\sqrt{3}x+my=0$,则$C$的焦距为___.

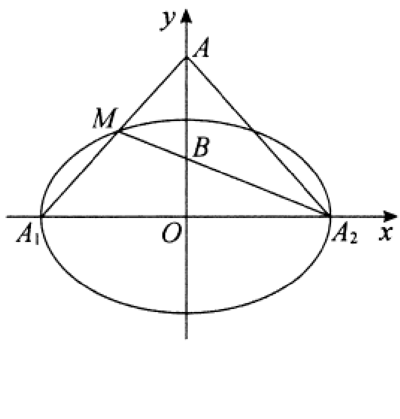
8.(2021 江苏连云港市高三调研)焦点为$F$的抛物线$y^2=2px(p>0)$上一点$M$,$|MF|=4$,若以$MF$为直径的圆过点$A(0,2)$,则圆心坐标为________,抛物线的方程为____________.

9.(2022 河北廊坊市一模)如图,已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{2}=1$的左、右焦点为$F_1,F_2$,左、右顶点分别为$A_1,A_2$,离心率$e=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$M$为椭圆$C$上动点,直线$A_1M$交$y$轴正半轴于点$A$,直线$A_2M$交$y$轴正半轴于点$B$(当$M$为椭圆短轴上端点时,$A,B,M$重合).

(1)求椭圆$C$的方程;

(2)若$\overrightarrow{OA}=3\overrightarrow{OB}$,求直线$MA$的方程;

(3)设直线$MA_2,AA_2$的斜率分别为$k_1,k_2$,求$k_1+k_2$的最大值.



10.(2022 湖南衡阳市一模)已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$,点$(-\sqrt{2},1)$在圆$C$上.

(1)求椭圆$C$的方程;

(2)过椭圆$C$内一点$P(0,t)$的直线$l$的斜率为$k$,且与椭圆$C$交于$M,N$两点,设直线$OM,ON$($O$为坐标原点)的斜率分别为$k_1,k_2$,若对任意$k$,存在实数$\lambda$,使得$k_1+k_2=\lambda k$,求实数$\lambda$的取值范围.

11.(2021 山东济南市二模)已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$,过$F_1$的直线$l$与椭圆$C$交于$M,N$两点,圆$P$是$\triangle MNF_2$的内切圆.当直线$l$的倾斜角为$45°$时,直线$l$与椭圆$C$交于点$\left(-\frac{4}{3},-\frac{1}{3}\right)$.

(1)求椭圆$C$的方程;

(2)求圆$P$周长的最大值.