**湖北省黄冈中学2023届高三第三次模拟考试**

**数学试卷**

**命题教师：钟春林 夏泊凌 庄四化 审题教师：钟春林**

**考试时间：2023年5月24日下午15：00--17：00 试卷满分：150分**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．设全集，集合，则（ ）

A． B． C． D．

2．已知，复数满足，则（ ）

A． B． C． D．

3．已知点在圆上，过作圆的切线，则的倾斜角为（ ）

A． B． C． D．

4．已知函数的图象在区间内至多存在3条对称轴，则的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

5．中国救援力量在国际自然灾害中为拯救生命作出了重要贡献，很好地展示了国际形象，增进了国际友谊，多次为祖国赢得了荣誉．现有5支救援队前往等3个受灾点执行救援任务，若每支救援队只能去其中的一个受灾点，且每个受灾点至少安排1支救援队，其中甲救援队只能去两个受灾点中的一个，则不同的安排方法数是（ ）

A．72 B．84 C．88 D．100

6．抛物线的准线与轴交于点，过的焦点作斜率为2的直线交于两点，则（ ）

A． B． C． D．不存在

7．我们打开购物平台时，会发现其首页上经常出现我们喜欢的商品，这是电商平台推送的结果．假设电商平台第一次给某人推送某商品，此人购买此商品的概率为，从第二次推送起，若前一次不购买此商品，则此次购买的概率为；若前一次购买了此商品，则此次仍购买的概率为，记第次推送时不购买此商品的概率为，当时，恒成立，则的最小值为（ ）

A． B． C． D．

8．定义在实数集上的函数，如果，使得，则称为函数的不动点．给定函数，已知函数在上均存在唯一不动点，分别记为，则（ ）

A． B． C． D．

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9．下列结论正确的有（ ）

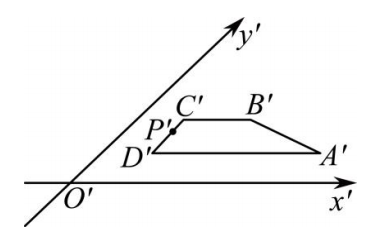
A．若随机变量满足，则

B．若随机变量，且，则

C．若线性相关系数越接近1，则两个变量的线性相关性越强

D．按从小到大顺序排列的两组数据：甲组：；乙组：，若这两组数据的第30百分位数、第50百分位数都分别对应相等，则．

10．如图所示，四边形是由斜二测画法得到的平面四边形水平放置的直观图，其中，，，点在线段上，对应原图中的点，则在原图中下列说法正确的是（ ）



A．四边形的面积为14

B．与同向的单位向量的坐标为

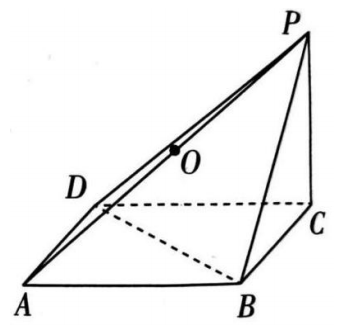
C．在向量上的投影向量的坐标为

D．最小值为17

11．已知函数，若不等式有且只有三个整数解，则实数的取值可以为（ ）

A． B． C． D．

12．如图所示，已知四棱雉的底面是矩形，平面，为的中点，则下列说法正确的是（ ）



A．若平面平面，则

B．若过点且与平行的平面截该四棱雉，截面可能是五边形

C．平面截该四棱雉外接球所得的截面面积为

D．为球心，表面积为的球的表面与四棱雉表面的交线长度之和等于

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13．展开式中的系数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．设，若，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．已知数列满足：，若，且数列为递增数列，则实数的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．双曲线的中心为原点，焦点在轴上，分别是双曲线的两个焦点，过上焦点作斜率的直线交双曲线上支于点，若的内心分别是，且，则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17．（10分）已知正项数列的前项和为，且．

（1）求数列的通项公式；

（2）将数列和数列中所有的项，按照从小到大的顺序排列得到一个新数列，求的前100项和．

18．（12分）在锐角中，内角所对的边分别为，满足，且．

（1）求证：；

（2）已知是的平分线，若，求线段长度的取值范围．

19．（12分）某购物中心准备进行扩大规模，在制定末来发展策略时，对中心的现有顾客满意度进行了一个初步的现场调查，分别调查顾客对购物中心的商品质量、服务质量、购物环境、广告宣传的满意程度．调查时将对被抽中的每个顾客从这四个问题中随机抽取两个问题来提问，统计顾客的满意情况．假设，有三名顾客被抽到，且这三名顾客对这四个问题的满意情况如下表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 商品质量 | 服务质量 | 购物环境 | 广告宣传 |
| 顾客甲 | 满意 | 不满意 | 满意 | 不满意 |
| 顾客乙 | 不满意 | 满意 | 满意 | 满意 |
| 顾客丙 | 满意 | 满意 | 满意 | 不满意 |

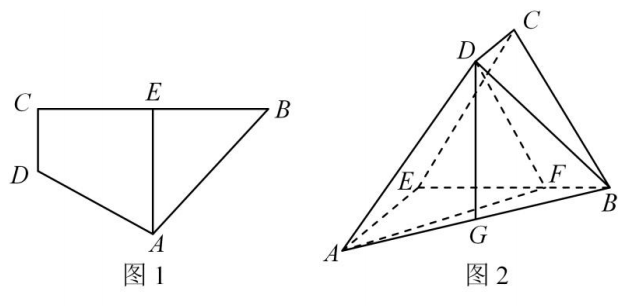
每得到一个满意加10分，最终以总得分作为制定发展策略的参考依据．

（1）求购物中心得分为50分的概率；

（2）若已知购物中心得分为50分，则顾客丙投出一个不满意的概率为多少？

（3）列出该购物中心得到满意的个数X的分布列，并求得分的数学期望．

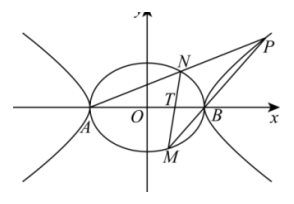
20．（12分）如图1，在四边形中，，．将四边形沿折起，使得，得到如图2所示的几何体．



（1）若为的中点，证明：平面；

（2）若为上一动点，且二面角的余弦值为，求的值．

21．（12分）如图，双曲线的中心在原点，焦点到渐近线的距离为，左、右顶点分别为．曲线是以双曲线的实轴为长轴，虚轴为短轴，且离心率为的椭圆，设在第一象限且在双曲线上，直线交椭圆于点，直线与椭圆交于另一点．



（1）求椭圆及双曲线的标准方程；

（2）设与轴交于点，是否存在点使得（其中为点的横坐标），若存在，求出点的坐标，若不存在，请说明理由．

（12分）已知函数．

（1）当时，求函数在上的极值；

（2）用表示中的最大值，记函数，讨论函数在上的零点个数．

**湖北省黄冈中学2023届高三第三次模拟考试**

**数学试卷（参考答案）**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | A | D | D | A | D | C | B | C | BC | ABD | AB | AC |

13．480 14．3 15． 16．

**四、解答题：**

17．【解析】（1）依题意，当时，，解得，

由，当时，有，

作差得：，所以，

因为，所以，所以数列是首项为3，公差为2的等差数列，所以．

（2）由（1）得，，又，同时，所以

所以

．

所以的前100项和为9089．

18．【解析】（1）由题意得，即．

由正弦定理得，又由余弦定理得，所以，故，故，整理得．

又为锐角三角形，则，，，所以，因此．

（2）在中，由正弦定理得，所以．所以．因为为锐角三角形，且，所以，解得．

故，所以．因此线段长度的取值范围

19．【解答】（1）将得分为50分记为事件A；得分为50分即在六个问题的结果中，有五个满意，一个不满意，

可能的结果共有：（种）

三名顾客产生的反馈结果总共有：（种）

则，∴购物中心得分为50分的概率为

（2）将顾客丙投出一个不满意记为事件B，则

，，

（3）可能的取值为2、3、4、5、6

，

，



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  |  |  |  |  |  |



∵，∴．

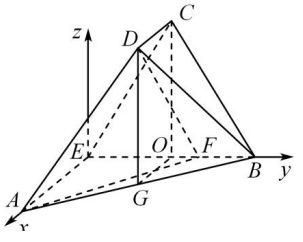
20．【解析】（1）如图，取的中点，连接，则．

因为，故且，所以四边形为平行四边形，则．

因为面，所以平面．平面，所以．因为，所以．因为面，所以平面，所以平面．

（2）如图，过点作直线，则直线面面，又，所以直线两两相互垂直，

以为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系，则，设，则，．



设面的一个法向量为，则，令，则．

设面的一个法向量为，则，令，则，

所以，解得或6（舍去），故

21．【解析】（1）由已知可设双曲线方程为，椭圆方程，则双曲线的一条渐近线方程为，即，故，即，又，解得，所以双曲线方程：，椭圆方程为：；

（2）设，直线，

，显然，

由，又因为在双曲线上，满足，即，

所以，即．

同理直线，可得，所以，若存在，即，

而在第一象限，所以，即

22．【解析】（1）当时，，

由，得或，则和随的变化如下表所示：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | 0 |  |  |  |
|  | + | 0 | - | 0 | + | 0 | - |
|  |  | 极大 |  | 极小 |  | 极大 |  |

∴在上有2个极大值：在上有1个极小值：．

（2）由，知．

（ⅰ）当时，，∴，故在上无零点．

（ⅱ）当时，．

故当时，即时，是的零点；

当时，即时，不是的零点．

（ⅲ）当时，．故在的零点就是在的零点，

．

①当时，，故时，在是减函数，结合，可知，在有一个零点，故在上有1个零点．

②当时，，故时，在是增函数，结合可知，在无零点，故在上无零点．

③当时，，使得时，在是增函数；时，在是减函数；

由知，．

当，即时，在上无零点，故在上无零点．

当，即时，在上有1个零点，故在上有1个零点．

综上所述，时，有2个零点；时，有1个零点；时，无零点．

