江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科导学案

圆锥曲线的方程与几何性质

研制人：鲁媛媛　　审核人：陈宏强

班级：＿＿＿＿＿＿　姓名：＿＿＿＿＿＿学号：＿＿＿＿＿授课日期：

【考情分析】

圆锥曲线是新高考考查的热点内容之一, 一般考查两道客观题和一道主观题, 难度中等或稍难. 主要考查椭圆、双曲线和抛物线的定义、标准方程和几何性质. 客观题着重考查椭圆、双曲线和抛物线的定义、标准方程和简单几何性质, 主观题着重考查直线与圆锥曲线的位置关系. 常考查圆锥曲线的弦长, 弦的斜率, 三角形的周长和面积问题, 对于定点、定值及最值的试题近三年来涉及不多, 主观题中涉及求变量范围或最值的试题基本没有出现.

【真题感悟】

1.(2022 全国乙卷・理科) 设F为抛物线$C: y^2=4x$的焦点, 点A在C上, 点$B(3,0)$, 若$|AF|=|BF|$, 则$|AB|=$ (　　)

A.2　　B.$2\sqrt{2}$　　C.3　　D.$3\sqrt{2}$

2.(2021 全国乙卷・文科)设B是椭圆$C:\frac{x^2}{5}+y^2=1$的上顶点,点P在C上,则$|PB|$的最大值为(　　)

A.$\frac{5}{2}$　　B.$\sqrt{6}$　　C.$\sqrt{5}$　　D.2

3.(2022 全国甲卷)记双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$e$,写出满足条件“直线$y=2x$”与$C$无公共点的$e$的一个值＿＿＿＿＿.

4.(2021 全国甲卷)已知F_1,F_2为椭圆$C:\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$的两个焦点,$P,Q$为$C$上关于坐标原点对称的两点,且$|PQ|=|F_1F_2|$,则四边形$PF_1QF_2$的面积为＿＿＿＿＿.

【典例导引】

例 1．(1)(2022 全国甲卷・理科)椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左顶点为$A$,点$P,Q$均在$C$上,且关于$y$轴对称.若直线$AP,AQ$的斜率之积为$\frac{1}{4}$,则$C$的离心率为(　　)

A.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B.$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C.$\frac{1}{2}$　　D.$\frac{1}{3}$

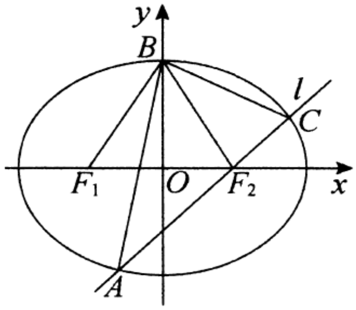
(2)(2021 全国乙卷・理科)设B是椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的上顶点,若$C$上的任意一点$P$都满足$|PB|\leqslant 2b$,则$C$的离心率的取值范围是(　　)

A.$\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$　　B.$\left[\frac{1}{2},1\right)$　　C.$\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$　　D.$\left(0,\frac{1}{2}\right]$

例 2．如图,在平面直角坐标系xOy中,F_1,F_2分别是椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点,顶点$B$的坐标为$(0,b)$,且$\triangle BF_1F_2$是边长为 2 的等边三角形.

(1)求椭圆的方程;

(2)过右焦点F_2的直线l与椭圆相交于A, C两点.若$\overrightarrow{AF_2} = 2\overrightarrow{F_2C}$,求直线$l$的斜率.



例 3.(2019 全国卷 II)已知F_1, F_2是椭圆C: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两个焦点,$P$为$C$上一点,$O$为坐标原点.

(1)若$\triangle POF_2$为等边三角形,求C的离心率;

(2)如果存在点P,使得$PF_1 \perp PF_2$,且$\triangle F_1PF_2$的面积等于 16,求b的值和a的取值范围.

例 4.已知曲线C: $x^2 = 2py(p>0)$的焦点为$(0,1)$,若A, B为C上不同的两点,且A与B的横坐标之和为 4.

(1)求直线AB的斜率;

(2)已知$M(2,1)$,且$AM \perp BM$,求直线AB的方程.

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科作业

圆锥曲线的方程与几何性质

研制人：鲁媛媛　　审核人：陈宏强

班级：__________　姓名：__________学号：__________时长：60 分钟

1.(2021 北京卷)双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$过点$(\sqrt{2},\sqrt{3})$,且离心率为 2,则该双曲线的标准方程为(　　)

A.$x^2-\frac{y^2}{3}=1$　　B.$\frac{x^2}{3}-y^2=1$　　C.$x^2-\frac{\sqrt{3}y^2}{3}=1$　　D.$\frac{\sqrt{3}x^2}{3}-y^2=1$

2.(2022 全国甲卷)已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{3}$,$A_1,A_2$分别为$C$的左、右顶点,$B$为$C$的上顶点.若$\overrightarrow{BA_1}\cdot\overrightarrow{BA_2}=-1$,则$C$的方程为(　　)

A.$\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{16}=1$　　B.$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$　　C.$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　　D.$\frac{x^2}{2}+y^2=1$

3.(2021 全国甲卷)已知F_1,F_2是双曲线C的两个焦点,P为C上一点,且$\angle F_1PF_2=60°$,$|PF_1|=3|PF_2|$,则C的离心率为(　　)

A.$\frac{\sqrt{7}}{2}$　　B.$\frac{\sqrt{13}}{2}$　　C.$\sqrt{7}$　　D.$\sqrt{13}$

4.(2021 湖北襄阳市一模)已知抛物线$y^2=2px(p>0)$,过其焦点F的直线l与抛物线分别交于A,B两点(点A在第一象限),且$\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{FB}$,则直线$l$的倾斜角为(　　)

A.$\frac{\pi}{6}$　　B.$\frac{\pi}{4}$　　C.$\frac{\pi}{3}$　　D.$\frac{2\pi}{3}$

5.(**多选题**)已知抛物线$y^2=4x$的焦点为F,过点F的直线交该抛物线于$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$两点,点$T(-1,0)$,则下列结论正确的是(　　)

A.$y_1y_2=-4$

B.$\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=1$

C.若三角形TAB的面积为S,则S的最小值为$4\sqrt{2}$

D.若线段AT中点为Q,且$|AT|=2|BQ|$,则$|AF|-|BF|=4$

6.(**多选题**)(2022 江苏南京市模拟)已知有序数对(x_1,y_1)满足$x_1^2+y_1^2-4y_1+3=0$,有序数对(x_2,y_2)满足$\ln x_2-y_2+1=0$,定义$E=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2$,则(　　)

A.E的最小值为$\sqrt{2}$　　B.E取最小值时x_1的值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$

C.E的最小值为$3-2\sqrt{2}$　　D.E的最大值为$\sqrt{2}+1$

7.(2022 北京卷)已知双曲线$y^2+\frac{x^2}{m}=1$的渐近线方程为$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$,则$m=$__________.

8.(2022 山东济南市一模)已知椭圆$C_1:\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{b^2}=1$的焦点分别为$F_1,F_2$,且$F_2$是抛物线$C_2:y^2=2px(p>0)$的焦点,若$P$是$C_1$与$C_2$的交点,且$|PF_1|=7$,则$\cos\angle PF_1F_2$的值为__________.

9.中心都在坐标原点的椭圆与双曲线,有x轴上的相同焦点F_1,F_2,且$|F_1F_2|=4\sqrt{2}$,其中椭圆与双曲线的离心率之比为$1:4$,椭圆的长半轴长与双曲线的实半轴长之差为 6.

(1)求椭圆和双曲线的标准方程;

(2)若点N是椭圆和双曲线的一个交点,求$\cos\angle F_1NF_2$.

10.已知椭圆的中心为坐标原点,短轴长为2,一条准线方程为$l: x = 2$.

(1)求椭圆的标准方程;

(2)设O为坐标原点,F是椭圆的右焦点,点M是直线l上的动点,过点F作OM的垂线与以OM为直径的圆交于点N,求证:线段ON的长为定值.

11.(2021 全国乙卷)已知抛物线$C: y^2 = 2px(p > 0)$的焦点F到准线的距离为2.

(1)求C的方程;

(2)已知O为坐标原点,点P在C上,点Q满足$\overrightarrow{PQ} = 9\overrightarrow{QF}$,求直线$OQ$斜率的最大值.