研究历年高考真题，提升二轮复习效益

◉江苏省华罗庚中学　史　莺

高考评价体系由“一核(考查目的：立德树人、服务选才、引导教学——为什么考)四层(考查内容：必备知识、关键能力、学科素养、核心价值——考什么)四翼(考查要求：基础性、综合性、应用性、创新性——怎么考)”组成，因而对高考真题的研究主要从以下几点展开：命题目的、命题思路、命题方法、命题趋势、高考真题与数学教材的联系等. 有效研究历年高考真题，可以在一定程度上提升二轮复习的针对性与目的性，提高复习效益.

一、研究历年考题找共性

以新课标高考全国卷Ⅰ为例，就近5年全国新课标高考立体几何部分考点分析如下：

年份	文科卷				理科卷			
	题型	题号	分值	考点	题型	题号	分值	考点
2015	选择	6	5	圆锥的体积	选择	6	5	圆锥的体积
	选择	11	5	三视图识图，求解表面积	选择	11	5	三视图识图，求解表面积
	解答	18	12	以四棱锥为载体证明面面垂直，求解三棱锥的侧面积	解答	18	12	以四棱锥为载体证明面面垂直，求解异面直线所成的角
2016	选择	7	5	三视图识图，求解表面积	选择	6	5	三视图识图，求解表面积
	选择	11	5	以正方体为载体求解异面直线所成的角	选择	11	5	以正方体为载体求解异面直线所成的角
	解答	18	12	以正三棱锥为载体证明线段中点，求解四面体的体积	解答	18	12	以五面体为载体证明面面垂直，求解二面角
2017	选择	6	5	空间线面平行的判定	选择	7	5	三视图识图，求解表面积
	填空	16	5	球内接三棱锥问题，球的表面积	填空	16	5	三棱锥体积的计算与应用
	解答	18	12	以四棱锥为载体证明面面垂直，结合四棱锥的体积求解其侧面积	解答	18	12	以四棱锥为载体证明面面垂直，求解二面角
2018	选择	5	5	空间几何体的性质，圆柱的表面积	选择	7	5	三视图识图，圆柱的性质
	选择	9	5	三视图识图，圆柱的性质	选择	12	5	立体几何中的最值问题
	选择	10	5	线面角的应用，空间几何体的体积	解答	18	12	以平面几何图形的折叠为载体证明面面垂直，求解线面角
	解答	18	12	以平面几何图形的折叠为载体证明面面垂直，求解三棱锥的体积				
2019	填空	16	5	直线与平面的位置，点到平面的距离	选择	12	5	三棱锥的外接球体积
	解答	19	12	以直四棱柱为载体证明线面平行，求解点到平面的距离	解答	18	12	以直四棱柱为载体证明线面平行，求解二面角

综合以上考点分析，历年高考中立体几何部分的考题共性总结如下：

(1)地位角度：立体几何在高考中一直占据重要的地位，总体稳定，稳中求新.

(2)方向角度：考题遵循《考试大纲》和《考试说明》，立足基础，贴近教材，突出能力考查.

(3)题型角度：选择题、解答题为主，有二至三题，“一大二小”或“一大一小”，分值在17－22分左右.

(4)难度角度：以容易题和中档题为主，小题一般处于选择题中间或靠后位置，大题位于解答题第三题

左右位置.

(5)考点角度:重点考查点、线、面位置关系的判定与证明、三视图、表面积与体积、与其他知识结合等,线线角、线面角、二面角的计算等.

利用以上高考中立体几何部分的考题共性,可以有效指导二轮复习.

二、研究近年考题找趋势

以新课标高考全国卷Ⅰ理科为例,近四年函数与导数部分知识在高考中对应的题型、题号、分值以及涉及考点如下:

年份	题型	题号	分值	涉及考点
2016	选择题	7	5	函数的图像与性质
	选择题	8	5	指数函数与对数函数的性质
	解答题	21	12	求解参数的取值范围、极值点偏移问题
2017	选择题	5	5	函数的奇偶性问题
	填空题	16	5	与立体几何结合求解最值
	解答题	21	12	函数的单调性、函数的零点、参数范围问题
2018	选择题	5	5	函数的切线方程
	选择题	9	5	函数的零点
	解答题	21	12	双变量函数与不等式问题
2019	选择题	5	5	函数的图像与性质
	填空题	13	5	函数的切线方程
	解答题	20	12	函数的极大值、函数的零点

从以上近年高考新课标试卷的分析来看,2020年高考函数与导数部分的命题趋势预测主要集中在以下几个方面,有效指导二轮复习,使得复习更有针对性:

(1)函数的图像与性质的基本应用(以函数图像的判断与应用为主),函数与其他知识的交汇应用;

(2)函数的基本运算、导数的运算与导数的几何意义,特别是相应的切线问题(有时直接出现在选择题或填空题中,解答题主要在文科卷中出现);

(3)函数的零点与方程的实根分布问题(主要涉及参数取值范围等问题);

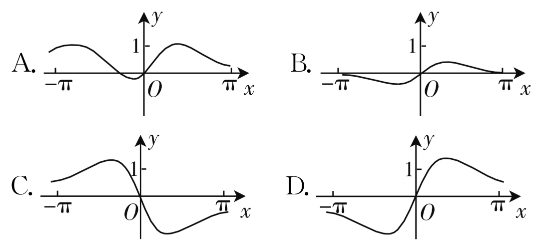
(4)导数在研究函数的性质(单调性、极值、最值)中的基本应用(相对简单);

(5)零点个数的判定或证明,不等式恒成立的证明问题;

(6)不等式恒成立条件下参数的取值范围问题;

(7)导数在处理实际问题中的应用(属于"冷点"问题,经常与其他知识交汇出现,江苏卷当中时有出现).

例1 (2019·全国卷Ⅰ文、理·5)函数 $f(x)=\dfrac{\sin x+x}{\cos x+x^2}$ 在 $[-\pi,\pi]$ 的图像大致为(   ).



解析:由于 $f(-x)=\dfrac{\sin(-x)+(-x)}{\cos(-x)+(-x)^2}=\dfrac{-\sin x-x}{\cos x+x^2}=-f(x)$,可知函数 $f(x)$ 是奇函数,其图像关于坐标原点对称,又结合特殊值,可知 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1+\dfrac{\pi}{2}}{\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2}=\dfrac{4+2\pi}{\pi^2}>1$,$f(\pi)=\dfrac{\pi}{-1+\pi^2}>0$,故选择答案D.

三、研究相同考点找规律

结合以下2013年至2019年七年间全国新课标卷Ⅰ理科数学试题中平面向量知识点的试题分析:

年份	题号	分值	考点
2013	13	5	平面向量的数量积及坐标运算
2014	15	5	两平面向量的夹角
2015	7	5	平面向量的线性运算(分解)
2016	13	5	平面向量的数量积及坐标运算
2017	13	5	平面向量的模
2018	6	5	平面向量的基本定理
2019	7	5	两平面向量的夹角

其实,平面向量作为沟通代数、几何与三角函数的一种工具,是高考中解决问题的一种有效方法,试题一般以选择题或填空题形式出现,主要考查平面向量的模、平面向量的线性运算、平面向量的数量积及坐标运算、两平面向量的夹角等,通过这些规律的探究能有效指导二轮复习过程中有关平面向量知识的复习.

四、研究不同考卷找特点

结合2019年全国6份试卷(包括Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ中的

文、理卷)，北京、天津(文、理卷)以及上海、江苏、浙江卷共13份高考数学试卷，其共同的特点主要体现在两个层面：

(1)紧扣数学学科的命题指导思想，在考查基础知识的基础上，注重对数学思想方法的考查，注重对数学能力的考查，展现数学的科学价值和人文价值，同时兼顾试题的基础性、综合性和应用性，重视试题间的层次性、合理调控综合程度，坚持多角度、多层次考查，努力实现全面考查数学素养的要求、促进学生德智体美劳全面发展.

(2)注重试题的创新性，具有独立思考能力，具备批判性和创新性思维. 特别关注：开放探索题，信息迁移题，情境应用题，以及过程操作题，归纳类比与猜想题等.

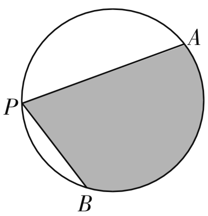


图1

例2 (2019·北京卷文·8) 如图1，A，B是半径为2的圆周上的定点，P为圆周上的动点，$\angle APB$是锐角，大小为β. 图中阴影区域的面积的最大值为(　　).

A. $4\beta+4\cos\beta$　　B. $4\beta+4\sin\beta$

C. $2\beta+2\cos\beta$　　D. $2\beta+2\sin\beta$

解析：设圆的圆心为O，$r=2$，由于$\angle APB=\beta$，结合圆的性质可得$\angle AOB=2\angle APB=2\beta$，设$\angle AOP=\alpha$，则$\angle BOP=2\pi-2\beta-\alpha$，那么图1中阴影区域的面积$S=S_{扇形AOB}+S_{\triangle POA}+S_{\triangle POB}=\frac{1}{2}\cdot 2\beta\cdot r^2+\frac{1}{2}r^2\sin\alpha+\frac{1}{2}r^2\sin(2\pi-2\beta-\alpha)=4\beta+2\sin\alpha-2\sin(2\beta+\alpha)=4\beta+2\sin\alpha-2\sin2\beta\cos\alpha-2\cos2\beta\sin\alpha=4\beta+2[(1-\cos2\beta)\sin\alpha-\sin2\beta\cos\alpha]=4\beta+2\sqrt{(1-\cos2\beta)^2+\sin^2 2\beta}\sin(\alpha-\varphi)=4\beta+2\sqrt{2-2\cos2\beta}\sin(\alpha-\varphi)$，当$\sin(\alpha-\varphi)=1$时，$S_{max}=4\beta+2\sqrt{2-2\cos2\beta}=4\beta+2\sqrt{4\sin^2\beta}=4\beta+4\sin\beta$，故选择答案B.

通过系统研究历年高考真题，梳理高考数学试题对各知识点的考查意图，了解高考数学试题中各知识点的命题方向，并结合《考试说明》进行对比，能为新一届学生的二轮复习备考提供一些展望与指导，并有效提升二轮复习效益.

(上接第22页) 学生已有的生活经验和数学实际，遵循学生的认知规律，设计与学生生活现实紧密联系的数学情境引入数学概念. 让学生运用数学的思想方法大胆动手尝试、合作商讨、实战演练，帮助学生更好地理解代数概念的本质，让代数概念真正成为有源泉、有根据的知识.

2. 经历概念形成，注重学生感悟

《普通高中数学课程标准(2017年版)》提出课堂教学要由“知识、技能、能力”到“知识、技能、素养”的转变，强调的就是过程与结果同等重要，数学概念课教学应该体现基本概念的来龙去脉，引导学生经历由实际情境转化为实际问题，由实际问题转化为数学问题，由数学问题抽象到数学概念的过程. 概念形成的教学应该围绕着概念的核心组织实施，概念形成实际上是引导学生掌握同类事物的共同、关键属性的过程，因此需要由表及里呈现.

3. 设计数学活动，历练数学思维

数学概念的获得离不开数学抽象，数学抽象是一种高水平、高级别的思维，需要学生独立思考和智力参与；我们不能告诉抽象的结果，要发挥学生的主观能动性，深度参与数学抽象的过程，最终形成抽象的结果；因此设计数学活动对于数学概念的形成，对于提升数学抽象素养有着巨大的作用；概念课教学中，设计数学活动，让学生在观察、猜想、验证、推理、讨论、互动等活动中体验数学概念，放手让学生积极想、大胆猜，你会发现每位学生都有创造的潜能. 学生在观察发现、抽象概括等思维过程中，会有情感的交流、思维的碰撞；在经历数学概念的发生、发展过程，经历数学抽象的深度历练后，学生的数学抽象素养就会得到一定的提升.

总之，代数概念教学不是一种简单的给予、抛送，而是一种经历，一种体验，一种感悟，一种深化，一种升华. 教师应该深挖概念教学的内涵、外延、前后联系等资源，并根据学生的知识现状、认识水平、心理特征精心打磨，这样才能让数学抽象素养在代数概念课教学中生根开花.

参考文献：

[1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版)[S]. 北京：人民教育出版社，2018.
[2] 陈柳娟，林晴岚. 基于数学核心素养的教育教学思考[J]. 教学与管理：理论版，2017(5).
[3] 谢尚志. “随机事件概率”一课的赏析与思考[J]. 中学教研：数学，2012(3).
[4] 黄志刚. 立足概念教学　培育数学抽象素养[J]. 中学数学教学，2018(2).