江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科导学案
利用空间向量求空间角和距离

研制人： 冯杰　　　审核人：陈宏强

班级：____________ 姓名：____________学号：_________授课日期：

【考情分析】

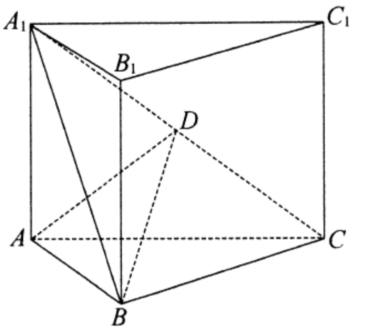
新高考中运用空间向量考查异面直线所成的角、直线与平面所成的角、二面角以及空间距离等问题,常以中档题出现,除了直接求角和距离外,有时会给出有关角或距离求其他的量,考查学生运用方程思想解决问题,近三年新高考中,还出现了动态图形,运用函数思想和方法,求变量的范围,有时考查探究性问题,探究动态图形满足一定的条件,图中的角或距离满足题设要求,或是探究动态图形满足一定的条件,图形中的线线、线面或面面满足题设条件的特殊位置关系等.

【真题感悟】

1.(2022 新高考全国Ⅰ卷)如图,直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的体积为4,$\triangle A_1BC$的面积为$2\sqrt{2}$.

(1)求A到平面A_1BC的距离;

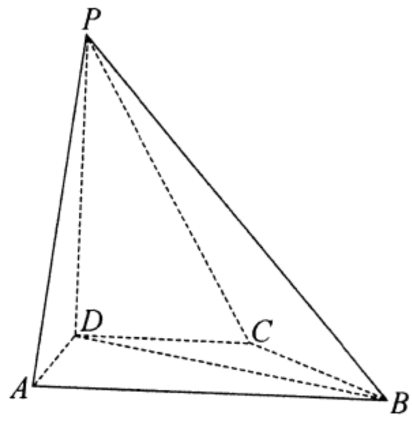
(2)设D为A_1C的中点,$AA_1=AB$,平面$A_1BC\perp$平面ABB_1A_1,求二面角$A-BD-C$的正弦值.



2.(2022 全国甲卷·理科)在四棱锥$P-ABCD$中,$PD\perp$底面$ABCD,CD//AB,AD=DC=CB=1,AB=2,DP=\sqrt{3}$.

(1)证明:$BD\perp PA$;

(2)求PD与平面PAB所成的角的正弦值.

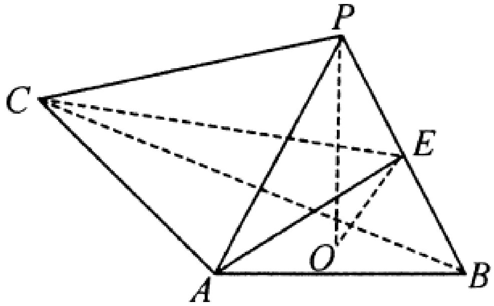


【典例导引】

例 1.(2022 新高考全国 II 卷)如图,PO是三棱锥$P-ABC$的高,$PA=PB,AB\perp AC,E$是PB的中点.

(1)求证:$OE//$平面PAC;

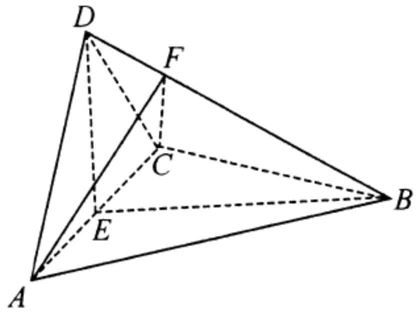
(2)若$\angle ABO=\angle CBO=30°,PO=3,PA=5$,求二面角$C-AE-B$的正弦值.



例 2.(2022 全国乙卷・理科)如图, 在四面体$ABCD$中,$AD\perp CD,AD=CD,\angle ADB=\angle BDC,E$为$AC$的中点.

(1)证明:平面$BED\perp$平面ACD;

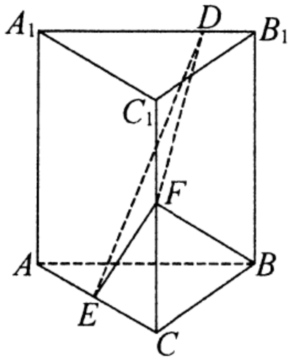
(2)设$AB=BD=2,\angle ACB=60°$,点F在BD上,当$\triangle AFC$的面积最小时,求CF与平面ABD所成角的正弦值.



例 3.（2021 全国甲卷)已知直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中,侧面AA_1B_1B为正方形,$AB=BC=2,E,F$分别为AC和CC_1的中点,D为棱A_1B_1上的点.且$BF\perp A_1B_1$.

(1)证明:$BF\perp DE$;

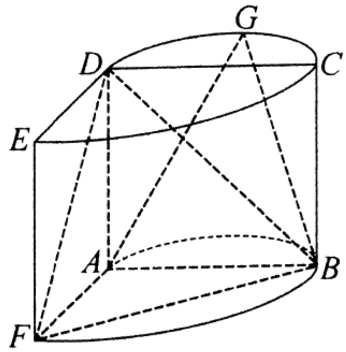
(2)当B_1D为何值时,平面BB_1C_1C与平面DFE所成的二面角的正弦值最小?



例 4.(2021 山东济南市二模)如图所示的几何体是由等高的半个圆柱和$\frac{1}{4}$个圆柱拼接而成,点G为弧CD的中点,且C, E, D, G四点共面.

(1)证明:平面$BFD\perp$平面BCG;

(2)若平面BDF与平面ABG所成锐二面角的余弦值为$\frac{\sqrt{15}}{5}$,求直线DF与平面ABF所成角的大小.



江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科作业

利用空间向量求空间角和距离

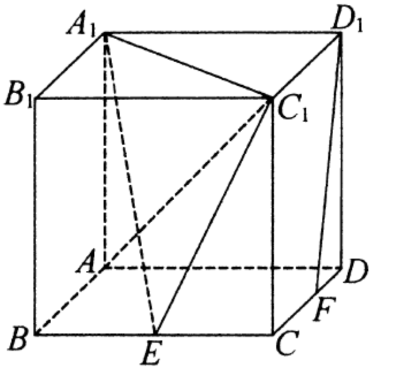
研制人：冯杰　　审核人：陈宏强

班级：____________ 姓名：______________ 学号：__________时长：60 分钟

1.(2021 天津卷改编)如图,在棱长为 2 的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,E为棱BC的中点,F为棱CD的中点.

(1)求直线AC_1与平面A_1EC_1所成角的正弦值;

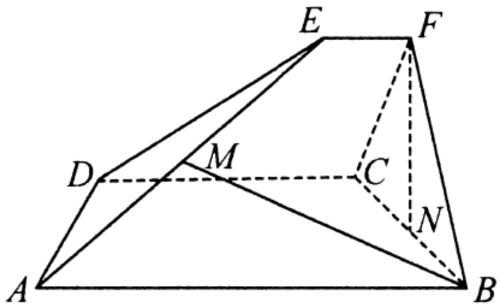
(2)求二面角$A-A_1C_1-E$的正弦值.



2.(2022 浙江卷)如图,已知$ABCD$和$CDEF$都是直角梯形,$AB//DC,DC//EF,AB=5,DC=3,EF=1,\angle BAD=\angle CDE=60°$,二面角$F-DC-B$的平面角为$60°$.设$M,N$分别为$AE,BC$的中点.

(1)证明:$FN\perp AD$;

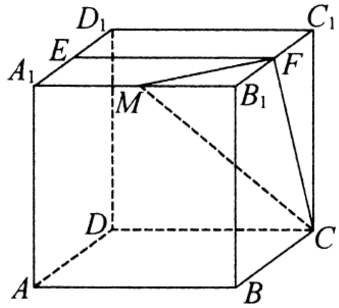
(2)求直线BM与平面ADE所成角的正弦值.



3.(2021 北京卷)已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$,点E为A_1D_1中点,直线B_1C_1交平面CDE于点F.

(1)证明:点F为B_1C_1的中点;

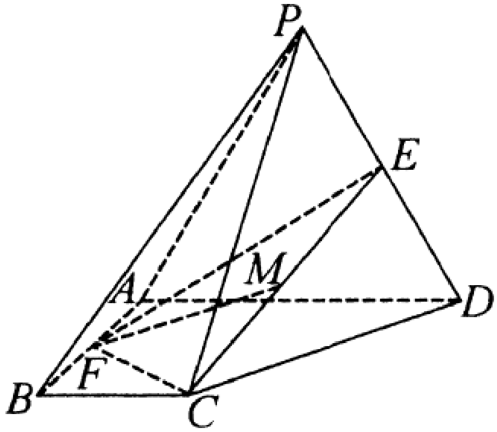
(2)若点M为棱A_1B_1上一点,且二面角$M-CF-E$的余弦值为$\frac{\sqrt{5}}{3}$,求$\frac{A_1M}{A_1B_1}$的值.



4.(2021 山东潍坊市一模)如图,在四棱锥$P-ABCD$中,侧面PAD为等边三角形且垂直于底面$ABCD$,$AD//BC$,$AB\perp AD$,$AB=2BC=4$,E是棱PD上的动点(除端点外),F,M分别为AB,CE的中点.

(1)求证:$FM//$平面PAD;

(2)若直线EF与平面PAD所成的最大角为$30°$,求平面CEF与平面PAD所成锐二面角的余弦值.



5.(2022 广东汕头市模拟)如图,在圆柱OO_1中,四边形$ABCD$是其轴截面,EF为$\odot O_1$的直径,且$EF\perp CD, AB=2, BC=a(a>1)$.

(1)求证:$BE=BF$;

(2)若直线AE与平面BEF所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$,求二面角$A-BE-F$的余弦值.