

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科导学案

直线与圆

研制人：陆烽琴 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 授课日期：_____

【考情分析】

直线的方程、圆与方程是新高考的热点之一,一般考查 1 至 2 道客观题.直线与方程一般不单独考查,常与圆、圆锥曲线、导数交汇考查;圆与方程重点考查直线与圆、圆与圆的位置关系,具体涉及圆的切线,圆的公切线,圆的弦长,三角形的面积,求有关变量的范围等,难度中等.

【真题感悟】

1.(2021 北京卷)已知圆 $C: x^2 + y^2 = 4$,直线 $l: y = kx + m$,当 k 变化时, l 被圆 C 所截得弦长的最小值为 2,则 m 的值为()

- A. ± 2 B. $\pm\sqrt{2}$ C. $\pm\sqrt{3}$ D. $\pm\sqrt{5}$

2.(多选题)(2021 新高考全国 II 卷)已知直线 $l: ax + by - r^2 = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 = r^2$,点 $A(a, b)$,则下列说法正确的是()

- A. 若点 A 在圆 C 上,则直线 l 与圆 C 相切 B. 若点 A 在圆 C 内,则直线 l 与圆 C 相离
C. 若点 A 在圆 C 外,则直线 l 与圆 C 相离 D. 若点 A 在直线 l 上,则直线 l 与圆 C 相切

3.(2022 全国甲卷)设点 M 在直线 $2x + y - 1 = 0$ 上,点 $(3,0)$ 和 $(0,1)$ 均在 $\odot M$ 上,则 $\odot M$ 的方程为_____.

4.(2022 新高考全国 I 卷)写出与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 和 $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$ 都相切的一条直线的方程_____.

【典例导引】

例 1.(1)(2021 八省联合演练)已知抛物线 $y^2 = 2px$ 上三点 $A(2,2), B, C$,直线 AB, AC 是圆 $(x - 2)^2 + y^2 = 1$ 的两条切线,则直线 BC 的方程为()

- A. $x + 2y + 1 = 0$ B. $3x + 6y + 4 = 0$ C. $2x + 6y + 3 = 0$ D. $x + 3y + 2 = 0$

(2)(2022 新高考全国 II 卷)已知点 $A(-2,3), B(0, a)$,若直线 AB 关于 $y = a$ 对称的直线与圆 $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 1$ 存在公共点,则实数 a 的取值范围为_____.

例 2.(多选题)(2021 新高考全国 I 卷)已知点 P 在圆 $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 16$ 上,点 $A(4,0), B(0,2)$,则()

- A. 点 P 到直线 AB 的距离小于 10 B. 点 P 到直线 AB 的距离大于 2
C. 当 $\angle PBA$ 最小时, $|PB| = 3\sqrt{2}$ D. 当 $\angle PBA$ 最大时, $|PB| = 3\sqrt{2}$

例 3. (2022 江苏新高考基地学校第一次大联考)在平面直角坐标系 xOy 中,已知 $A(1,0), B(4,0)$,点 M 满足 $\frac{|MA|}{|MB|} = \frac{1}{2}$.记 M 的轨迹为 C .

(1)求 C 的方程;

(2)设圆 $C_1: x^2 + y^2 - 8x + 15 = 0$,若直线 l 交曲线 C 于 P, Q 两点, l 交圆 C_1 于 R, S 两点,且 $|PQ| = 2|RS|$,证明:直线 l 过定点.

例 4.(2021 全国甲卷)抛物线 C 的顶点为坐标原点 O .焦点在 x 轴上,直线 $l: x = 1$ 交 C 于 P, Q 两点,且 $OP \perp OQ$.已知点 $M(2,0)$,且 $\odot M$ 与 l 相切.

(1)求 $C, \odot M$ 的方程;

(2)设 A_1, A_2, A_3 是 C 上的三个点,直线 A_1A_2, A_1A_3 均与 $\odot M$ 相切.试判断直线 A_2A_3 与 $\odot M$ 的位置关系,并说明理由.

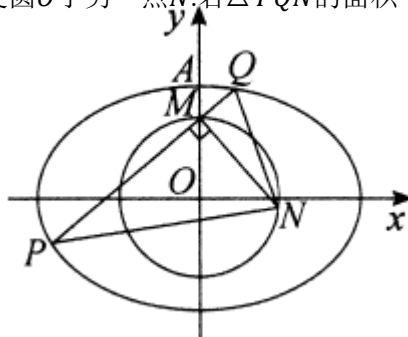
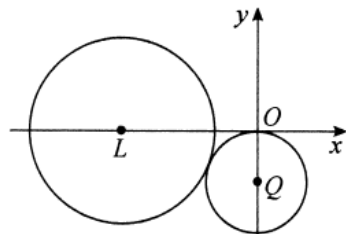
江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科作业

直线与圆

研制人：陆烽琴 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时长：60 分钟

1. (2021 山东淄博市一模) 圆 $x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0$ 截直线 $y = kx + 1 (k \in \mathbf{R})$ 所得的最短弦长为()
 A. $2\sqrt{7}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{3}$ D. 2
2. 已知半径为 1 的圆经过点 $(3, 4)$, 则其圆心到原点的距离的最小值为()
 A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
3. (2022 江苏南师附中) 若直线 $x + y - k = 0 (k > 0)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 交于不同的两点 A 和 B . 已知 O 是坐标原点且满足 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| \geq \frac{\sqrt{3}}{3} |\overrightarrow{AB}|$, 那么实数 k 的取值范围是()
 A. $(\sqrt{3}, +\infty)$ B. $[\sqrt{2}, +\infty)$ C. $[\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ D. $[\sqrt{3}, 2\sqrt{2})$
4. (2021 湖南郴州市第三次质量监测) 设点 $M(\sqrt{3}, 3)$ 在圆 $x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 外, 若圆 O 上存在点 N , 使得 $\angle OMN = \frac{\pi}{4}$, 则实数 r 的取值范围是()
 A. $[\sqrt{3}, 2\sqrt{2}]$ B. $[2\sqrt{2}, 2\sqrt{3}]$ C. $[\sqrt{6}, 2\sqrt{2})$ D. $[\sqrt{6}, 2\sqrt{3})$
5. (多选题) (2021 山东淄博市三模) 已知圆 $O_1: x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ 和圆 $O_2: x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0$ 的交点为 A, B , 则()
 A. 圆 O_1 和圆 O_2 有两条公切线 B. 直线 AB 的方程为 $x - y + 1 = 0$
 C. 圆 O_2 上存在两点 P 和 Q 使得 $|PQ| > |AB|$ D. 圆 O_1 上的点到直线 AB 的最大距离为 $2 + \sqrt{2}$
6. (多选题) (2022 江苏新高考基地学校第一次大联考) 设 $m \in \mathbf{R}$, 直线 $mx - y - 3m + 1 = 0$ 与直线 $x + my - 3m - 1 = 0$ 相交于点 $P(x, y)$, 线段 AB 是圆 $C: (x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$ 的一条动弦, Q 为弦 AB 的中点, $|AB| = 2\sqrt{3}$, 下列说法正确的是()
 A. 点 P 在定圆 $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$ B. 点 P 在圆 C 外
 C. 线段 PQ 长的最大值为 $6 + \sqrt{2}$ D. $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最小值为 $15 - 8\sqrt{2}$
7. 已知圆 $M: (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = 8$, 点 $T(-2, 4)$, 从坐标原点 O 向圆 M 作两条切线 OP, OQ , 切点分别为 P, Q . 若切线 OP, OQ 的斜率分别为 k_1, k_2 , 且 $k_1 k_2 = -1$, 则 $|OM|$ 为定值_____, $|TM|$ 的取值范围为_____.
8. (2022 福建厦门三模) 如图所示, 在平面直角坐标系 xOy 中, $Q(0, -\frac{2\sqrt{5}}{5}), L(-3, 0)$, 圆 Q 过坐标原点 O , 圆 L 与圆 Q 外切. 则圆 L 的半径等于_____; 若过点 L 和抛物线 $x^2 = 2py (p > 0)$ 焦点的直线与抛物线交于 A, B , 且 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -3$, 则 $p =$ _____.
9. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上顶点为 $A(0, \sqrt{3})$, 圆 $O: x^2 + y^2 = \frac{a^2}{4}$ 经过点 $M(0, 1)$.
 (1) 求椭圆 C 的方程;
 (2) 过点 M 作直线 l_1 交椭圆 C 于 P, Q 两点, 过点 M 作直线 l_1 的垂线 l_2 交圆 O 于另一点 N . 若 $\triangle PQN$ 的面积为 3, 求直线 l_1 的斜率.



10. 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 双曲线 C 的左、右准线与其一条渐近线 $y = 2x$ 的交点分别为 A, B , 四边形 AF_1BF_2 的面积为 4.

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 已知 l 为圆 $O: x^2 + y^2 = \frac{4}{3}$ 的切线, 且与 C 相交于 P, Q 两点, 求 $\overline{OP} \cdot \overline{OQ}$.

11. (2021 山东枣庄市三模) 已知动点 M 与两个定点 $O(0,0), A(3,0)$ 的距离的比为 $\frac{1}{2}$, 动点 M 的轨迹为曲线 C .

(1) 求 C 的轨迹方程, 并说明其形状;

(2) 过直线 $x = 3$ 上的动点 $P(3, p) (p \neq 0)$ 分别作 C 的两条切线 $PQ, PR (Q, R$ 为切点), N 为弦 QR 的中点, 直线 $l: 3x + 4y = 6$ 分别与 x 轴, y 轴交于点 E, F , 求 $\triangle NEF$ 的面积 S 的取值范围.