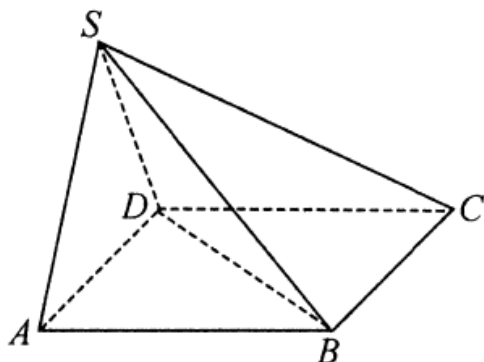


例 3.(2022 苏锡常镇二模)如图,在四棱锥 $S - ABCD$ 中,已知四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle BAD = 60^\circ$, $\triangle SAD$ 为正三角形,平面 $SAD \perp$ 平面 $ABCD$.

(1)求二面角 $S - BC - A$ 的大小;

(2)在线段 SC (端点 S, C 除外)上是否存在一点 M ,使得 $AM \perp BD$?若存在,指出点 M 的位置;若不存在,请说明理由.



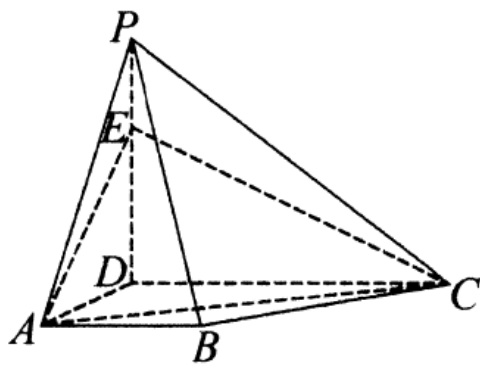
例 4.如图,在四棱锥 $P - ABCD$ 中, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \parallel CD$, $\angle BAD = 60^\circ$, $AB = AD = \frac{1}{2}CD = 2$, E 为棱

PD 上的一点,且 $DE = 2EP = 2$.

(1)求证: $PB \parallel$ 平面 AEC ;

(2)求直线 AE 与平面 PCD 所成角的正弦值;

(3)求二面角 $A - EC - D$ 的余弦值.



江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科作业

综合法求空间角和距离

研制人：雷成才 审核人：陈宏强

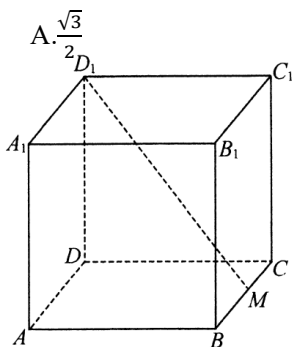
班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时长：60 分钟

1. (2021 全国乙卷) 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为 B_1D_1 的中点, 则直线 PB 与 AD_1 所成的角为()

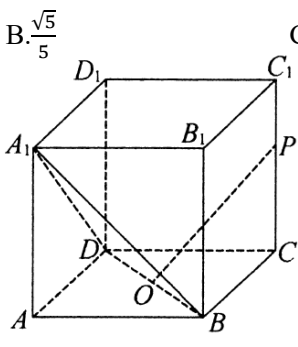
- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

2. 如图, 在棱长为 a 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M 为 BC 中点, 则直线 D_1M 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为()

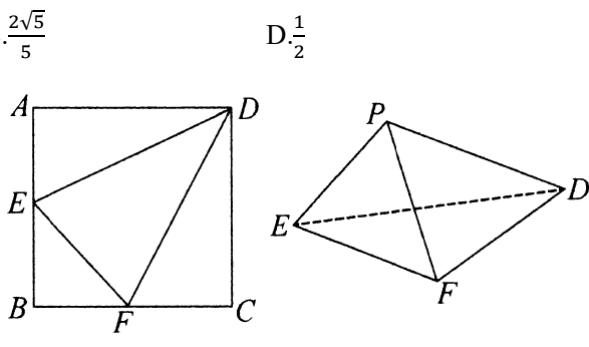
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{1}{2}$



(第 2 题图)



(第 4 题图)



(第 6 题图)

3. 已知正四棱锥的体积为 12, 底面对角线的长为 $2\sqrt{6}$, 则侧面与底面所成的二面角等于()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{12}$

4. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 O 为线段 BD 的中点. 设点 P 在线段 CC_1 上, 直线 OP 与平面 A_1BD 所成的角为 α , 则 $\sin\alpha$ 的取值范围是()

- A. $[\frac{\sqrt{3}}{3}, 1]$ B. $[\frac{\sqrt{6}}{3}, 1]$ C. $[\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3}]$ D. $[\frac{2\sqrt{2}}{3}, 1]$

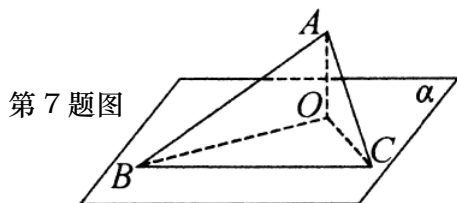
5. (多选题) 下列命题正确的是()

- A. 两个相交平面组成的图形叫作二面角
- B. 异面直线 a, b 分别和一个二面角的两个面垂直, 则 a, b 组成的角与这个二面角的平面角相等或互补
- C. 二面角的平面角是从棱上一点出发, 分别在两个面内作射线所成角的最小角
- D. 二面角的大小与其平面角的顶点在棱上的位置没有关系

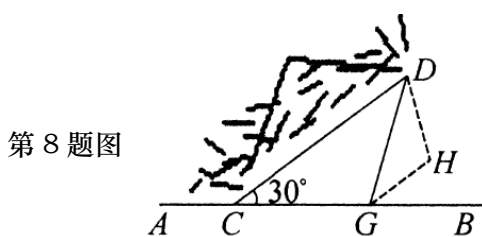
6. (多选题) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, BC 的中点, 将 $\triangle ADE, \triangle CDF, \triangle BEF$ 分别沿 DE, DF, EF 折起, 使 A, B, C 重合于点 P . 则下列结论正确的是()

- A. $PD \perp EF$
- B. 平面 $PDE \perp$ 平面 PDF
- C. 二面角 $P - EF - D$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$
- D. 点 P 在平面 DEF 内的投影 O (即 $PO \perp$ 面 DEF 于 O) 是 $\triangle DEF$ 的外心

7. 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$, 斜边 $BC \subset \alpha$, 点 $A \notin \alpha$, $AO \perp \alpha$, 垂足为 O , $\angle ABO = 30^\circ$, $\angle ACO = 45^\circ$, 则二面角 $A - BC - O$ 的大小为_____.



第 7 题图



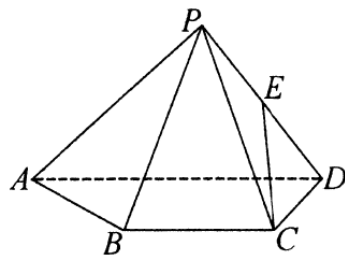
第 8 题图

8.如图,山坡的倾斜度(坡面与水平面所成二面角的度数)是 60° ,山坡上有一条直道 CD ,它和坡脚的水平线 AB 的夹角是 30° ,沿这条路上山,行走100米后升高_____米.

9.如图,已知四棱锥 $P-ABCD$, $\triangle PAD$ 是以 AD 为斜边的等腰直角三角形, $BC \parallel AD$, $CD \perp AD$, $PC = AD = 2DC = 2CB$, E 为 PD 的中点.

(1)证明: $CE \parallel$ 平面 PAB ;

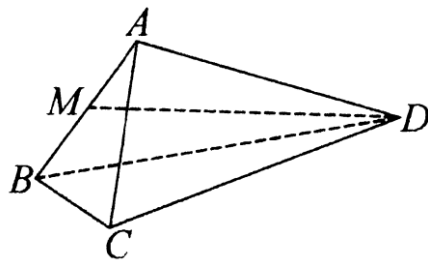
(2)求直线 CE 与平面 PBC 所成角的正弦值.



10.如图,在四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ABC$ 是等边三角形,平面 $ABC \perp$ 平面 ABD ,点 M 为棱 AB 的中点, $AB = 2$, $AD = 2\sqrt{3}$, $\angle BAD = 90^\circ$.

(1)求异面直线 BC 与 MD 所成角的余弦值;

(2)求直线 CD 与平面 ABD 所成角的正弦值.



11.(2021 新高考全国 II 卷)在四棱锥 $Q-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是正方形,若 $AD = 2$, $QD = QA = \sqrt{5}$, $QC = 3$.

(1)证明:平面 $QAD \perp$ 平面 $ABCD$;

(2)求二面角 $B-QD-A$ 的平面角的余弦值.

