

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科导学案

空间几何体的表面积与体积

研制人： 谢霞 审核人： 陈宏强

班级： _____ 姓名： _____ 学号： _____ 授课日期： _____

【考情分析】

立体几何在高考中一般设置 2 小(选择和填空题)1 大(解答题),选择和填空题中多面体和旋转体都有,基础题,中档题和较难的题均会出现.突出考查空间几何体中线线、线面和面面位置关系与数量关系,几何体的截面问题,空间几何体的表面积与体积,球与柱、锥和台体的切接等.着重考查空间想象能力、逻辑推理能力,但新高考中立体几何考查有与不等式、函数与导数综合的趋势,突出了考查学生综合运用数学知识分析问题和解决问题的能力.

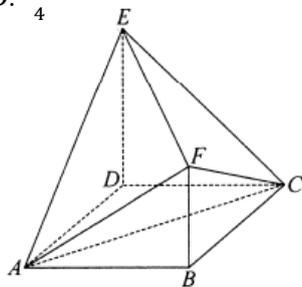
【真题感悟】

- (2021 新高考全国 II 卷)正四棱台的上、下底面的边长分别为 2,4,侧棱长为 2,则其体积为()
 A. $20 + 12\sqrt{3}$ B. $28\sqrt{2}$ C. $\frac{56}{3}$ D. $\frac{28\sqrt{2}}{3}$
- 已知圆柱的高为 1,它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上,则该圆柱的体积为()
 A. π B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$
- (2022 全国甲卷·理科)甲、乙两个圆锥的母线长相等,侧面展开图的圆心角之和为 2π ,侧面积分别为 $S_{甲}$ 和 $S_{乙}$,体积分别为 $V_{甲}$ 和 $V_{乙}$.若 $\frac{S_{甲}}{S_{乙}} = 2$,则 $\frac{V_{甲}}{V_{乙}} = ()$

- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{10}$ D. $\frac{5\sqrt{10}}{4}$

- (多选题)(2022 新高考全国 II 卷)如图,四边形 $ABCD$ 为正方形, $ED \perp$ 平面 $ABCD$, $FB // ED$, $AB = ED = 2FB$,记三棱锥 $E - ACD$, $F - ABC$, $F - ACE$ 的体积分别为 V_1, V_2, V_3 ,则()

- A. $V_3 = 2V_2$ B. $V_3 = 2V_1$
 C. $V_3 = V_1 + V_2$ D. $2V_3 = 3V_1$



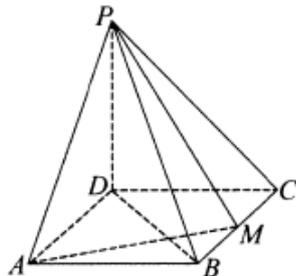
【典例导引】

- 例 1. (2021 天津卷)两个圆锥的底面是一个球的同一截面,顶点均在球面上,若球的体积为 $\frac{32\pi}{3}$,两个圆锥的高之比为 1:3,则这两个圆锥的体积之和为()

- A. 3π B. 4π C. 9π D. 12π

- 例 2. (2021 全国乙卷)如图,四棱锥 $P - ABCD$ 的底面是矩形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, M 为 BC 的中点,且 $PB \perp AM$.

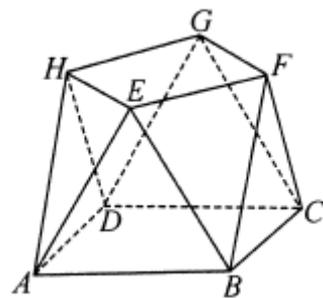
- 证明:平面 $PAM \perp$ 平面 PBD ;
- 若 $PD = DC = 1$,求四棱锥 $P - ABCD$ 的体积.



例 3. (2022 全国甲卷)小明同学参加综合实践活动,设计了一个封闭的包装盒,包装盒如图所示,底面是边长为 8(单位:cm)的正方形, $\triangle EAB, \triangle FBC, \triangle GCD, \triangle HDA$ 均为正三角形,且它们所在的平面都与平面 $ABCD$ 垂直.

(1)证明: $EF \parallel$ 平面 $ABCD$;

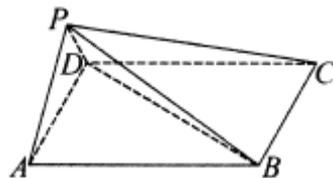
(2)求该包装盒的容积(不计包装盒材料的厚度).



例 4. 如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为正方形,平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD, AB = 2AP = 2, PD = \sqrt{3}$.

(1)求证: $PA \perp$ 平面 PCD ;

(2)求点 C 到平面 PBD 的距离.



江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科作业

空间几何体的表面积与体积

研制人： 谢霞 审核人： 陈宏强

班级： _____ 姓名： _____ 学号： _____ 时长： 60 分钟

1.(2021 湖北武汉市二模)已知某圆柱的轴截面是正方形,且该圆柱的侧面积是 4π ,则该圆柱的体积是 ()

- A. 2π B. 4π C. 8π D. 12π

2.(2022 山东潍坊市改编)已知正四棱台上、下底面边长分别为 2,4,侧棱长为 2,则下列说法错误的是 ()

- A.正四棱台的高为 2 B.正四棱台的高为 $\sqrt{3}$
C.正四棱台的表面积为 $20 + 12\sqrt{3}$ D.正四棱台的体积为 $\frac{28\sqrt{2}}{3}$

3.(2021 河北石家庄市二模)在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中,侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 ABC ,所有棱长都为 1, E, F 分别为棱 BC 和 A_1C_1 的中点.若经过点 A, E, F 的平面将三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 分割成两部分,则这两部分体积的比值为()

- A. $\frac{5}{24}$ B. $\frac{9}{17}$ C. $\frac{7}{24}$ D. $\frac{7}{17}$

4.(2020 全国卷 I)埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一,它的形状可视为一个正四棱锥.以该四棱锥的高为边长的正方形面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积,则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为()

- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

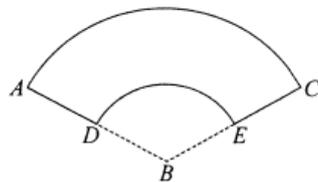


5.(多选题)折扇是我国古老文化的延续,在我国已有四千年左右的历史,“扇”与“善”谐音,折扇也寓意“善良”“善行”.它常以字画的形式体现我国的传统文化,也是运筹帷幄、决胜千里、大智大勇的象征(如图①).图②是一个圆台的侧面展开图(扇形的一部分),若两个圆弧 $\widehat{DE}, \widehat{AC}$ 所在圆的半径分别是 3 和 9,且 $\angle ABC = 120^\circ$,则该圆台的()

- A.高为 $4\sqrt{2}$
B.体积为 $\frac{50\sqrt{2}}{3}\pi$
C.表面积为 34π
D.上底面积、下底面积和侧面积之比为1: 9: 22



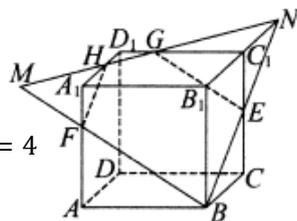
图①



图②

6.(多选题)(2021 辽宁沈阳市三模)如图,在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 CC_1 上的中点, F 为棱 AA_1 上的点,且满足 $A_1F: FA = 1: 2$,点 F, B, E, G, H 为过 B, E, F 三点的平面 BMN 与正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱的交点,则下列说法正确的是()

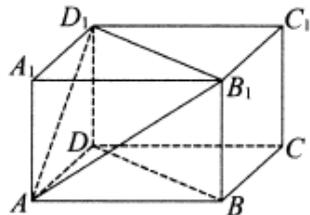
- A. $HF // BE$ B.三棱锥的体积 $V_{B_1 - BMN} = 4$
C.直线 MN 与平面 A_1B_1BA 所成的角为 45° D. $D_1G: GC_1 = 1: 3$



7.(2022 福建福州市二模)设球 O 与圆锥 SO_1 的体积分别为 V_1, V_2 .若圆锥 SO_1 的母线长是其底面半径的2倍,且球 O 的表面积与圆锥 SO_1 的侧面积相等,则 $\frac{V_1}{V_2} =$ _____.

8.(2021 八省联合演练)圆台上、下底面的圆周都在一个直径为10的球面上,其上、下底面半径分别为4和5,则该圆台的体积为_____.

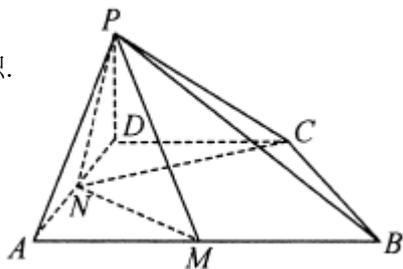
9.如图,在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 3\text{cm}, AA_1 = 2\text{cm}$,则四棱锥 $A - BB_1D_1D$ 的体积为_____.



10.(2022 广东深圳市一模)如图,在四棱锥 $P - ABCD$ 中, $PD \perp$ 平面 $ABCD$,四边形 $ABCD$ 是等腰梯形, $AB // DC, BC = CD = AD = 2, AB = 4, M, N$ 分别是 AB, AD 的中点.

(1)证明:平面 $PMN \perp$ 平面 PAD ;

(2)若二面角 $C - AB - P$ 的大小为 60° ,求四棱锥 $P - ABCD$ 的体积.



11.如图,在四棱锥 $P - ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是矩形,侧面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$,且 $\triangle PAD$ 为等边三角形, E, F 分别是 AB, PC 的中点.

(1)求证: $EF \perp$ 平面 PDC ;

(2)若 $AB = 4\text{cm}, BC = 2\text{cm}$,求四棱锥 $P - ABCD$ 的体积.

