

# 江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科导学案

## 超几何分布、二项分布、正态分布

研制人：张顺军 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 授课日期：\_\_\_\_\_

### 【考情分析】

离散型随机变量的分布列、均值与方差是高考的热点题型，常与排列、组合知识综合命题。正态分布、超几何分布、二项分布是随机变量概率分布的重要模型，是高考的热点，常以实际问题为背景进行考查，难度一般为中等。

### 【真题感悟】

- 1.(2022 新高考全国 II 卷)已知随机变量 $X$ 服从正态分布 $N(2, \sigma^2)$ ,且 $P(2 < X \leq 2.5) = 0.36$ , 则 $P(X > 2.5) =$ \_\_\_\_\_.
- 2.设甲、乙两位同学上学期间,每天7:30之前到校的概率均为 $\frac{2}{3}$ . 假定甲、乙两位同学到校情况互不影响,且任一同学每天到校情况相互独立.
  - (1)用 $X$ 表示甲同学上学期间的三天中 7:30 之前到校的天数,求随机变量 $X$ 的分布列和数学期望;
  - (2)设 $M$ 为事件“上学期间的三天中,甲同学在7:30之前到校的天数比乙同学在7:30之前到校的天数恰好多 2”,求事件 $M$ 发生的概率.

### 【典例导引】

例 1.(2021 重庆市高三检测)某单位招考工作人员,须参加初试和复试,初试通过后组织考生参加复试,共 5000 人参加复试,复试共三道题,第一题考生答对得 3 分,答错得 0 分,后两题考生每答对一道题得 5 分,答错得 0 分,答完三道题后的得分之和为考生的复试成绩.

- (1)通过分析可以认为考生初试成绩 $X$ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ,其中 $\mu = 64, \sigma^2 = 169$ ,试估计初试成绩不低于 90 分的人数;
- (2)已知某考生已通过初试,他在复试中第一题答对的概率为 $\frac{3}{4}$ ,后两题答对的概率均为 $\frac{2}{3}$ ,且每道题回答正确与否互不影响.记该考生的复试成绩为 $Y$ ,求 $Y$ 的分布列及数学期望.

参考数据:若随机变量 $X$ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ , 则 $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0.6827, P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0.9545, P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 0.9973$ .

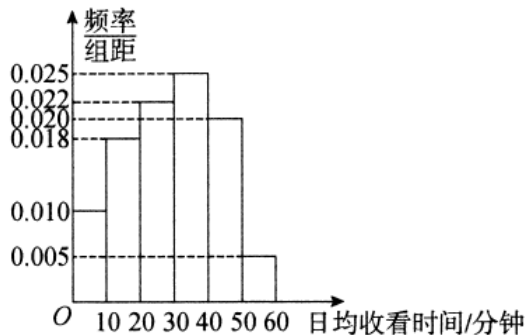
例 2.(2021 福建泉州市三模)电视传媒公司为了了解某地区电视观众对某类体育节目的收视情况,随机抽取了 100 名观众进行调查.下面是根据调查结果绘制的观众日均收看该体育节目时间的频率分布直方图:将日均收看该体育节目时间不低于 40 分钟的观众称为“体育迷”.

参考公式和数据: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ,其中  $n = a + b + c + d$ .

$P(\chi^2 \geq x_0)$	0.05	0.01
$x_0$	3.841	6.635

(1)根据已知条件完成下面的  $2 \times 2$  列联表,并据此资料你是否认为“体育迷”与性别有关?

	非体育迷	体育迷	合计
男			
女		10	55
合计			



(2)将上述调查所得到的频率视为概率.现在从该地区大量电视观众中,采用随机抽样方法每次抽取 1 名观众,抽取 3 次,记被抽取的 3 名观众中的“体育迷”人数为  $X$ .若每次抽取的结果是相互独立的,求  $X$  的分布列,期望  $E(X)$  和方差  $D(X)$ .

例 3.2022 年 3·15 期间,某家具城举办了一次家具有奖促销活动,消费每超过 1 万元(含 1 万元),均可抽奖一次,抽奖方案有两种,顾客只能选择其中的一种.方案一:从装有 10 个形状与大小完全相同的小球(其中红球 2 个,白球 1 个,黑球 7 个)的抽奖盒中,一次性摸出 3 个球,其中奖规则为:若摸出 2 个红球和 1 个白球,则打 5 折;若摸出 2 个红球和 1 个黑球,则打 7 折;若摸出 1 个白球 2 个黑球,则打 9 折,其余情况不打折.方案二:从装有 10 个形状与大小完全相同的小球(其中红球 2 个,黑球 8 个)的抽奖盒中,有放回每次摸取 1 球,连摸 3 次,每摸到 1 次红球,立减 2000 元.

(1)若一位顾客消费了 1 万元,且选择抽奖方案一,试求该顾客享受 7 折优惠的概率;

(2)若某顾客消费恰好满 1 万元,试从数学期望的角度比较该顾客选择哪一种抽奖方案更合算?

# 江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科作业

## 超几何分布、二项分布、正态分布

研制人：张顺军      审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 时长：60 分钟

1.(2021 辽宁丹东市一模)已知随机变量 $X$ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ,若 $P(X > -1) + P(X \geq 5) = 1$ , 则 $\mu =$ ( )

- A.-1                      B.1                      C.-2                      D.2

2.为加强体育锻炼,让运动成为习惯,某校进行了一次体能测试,这次体能测试满分为 100 分,从高三年级抽取 1000 名学生的测试结果,已知测试结果 $\xi$ 服从正态分布 $N(70, \sigma^2)$ .若 $\xi$ 在(50,70)内取值的概率为0.4,则 $\xi$ 在 90 分以上取值的概率为( )

- A.0.05                      B.0.1                      C.0.2                      D.0.4

3.一试验田某种作物一株生长果实个数 $X$ 服从正态分布 $N(90, \sigma^2)$ ,且 $P(X < 70) = 0.2$ ,从试验田中随机抽取 10 株,果实个数在[90,110]的株数记作随机变量 $X$ ,且 $X$ 服从二项分布,则 $X$ 的方差为( )

- A.3                      B.2.1                      C.0.3                      D.0.21

4.(2021 山东青岛市期末)某种芯片的良品率 $X$ 服从正态分布 $N(0.95, 0.01^2)$ ,公司对技术改造团队的奖励方案如下:若芯片的良品率不超过95%,不予奖励;若芯片的良品率超过95%但不超过96%,每张芯片奖励 100 元;若芯片的良品率超过96%,每张芯片奖励 200 元.则每张芯片获得奖励的数学期望为( )

(参考数据:随机变量 $\xi$ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ,则 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6827$ , $P(\mu - 2\sigma < \xi < \mu + 2\sigma) = 0.9545$ , $P(\mu - 3\sigma < \xi < \mu + 3\sigma) = 0.9973$ )

- A.52.28元                      B.65.87元                      C.50.13元                      D.131.74元

5.(多选题)现有一款学习 APP,学习内容包含文章学习和视频学习两类,且这两类学习互不影响.已知该 APP 积分规则如下:每阅读一篇文章积 1 分,每日上限积 5 分;观看视频累计 3 分钟积 2 分,每日上限积 6 分.某群体文章学习与视频学习积分的概率分布表如下表.

文章学习积分	1	2	3	4	5	视频学习积分	2	4	6
概率	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	概率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

从该群体中随机抽取 6 人,了解学习情况,设积分不低于 10 分的人数为 $\xi$ ,则( )

- A.从该群体中随机抽取 1 人,其每日学习积分为 8 分的概率为 $\frac{1}{9}$       B.随机变量 $\xi \sim B\left(6, \frac{1}{4}\right)$   
 C.随机变量 $\xi$ 的数学期望 $E(\xi) = 2$       D.随机变量 $\xi$ 的方差 $D(\xi) = \frac{4}{3}$

6.(多选题)(2021 新高考全国 II 卷)某物理量的测量结果服从正态分布 $N(10, \sigma^2)$ ,则( )

- A. $\sigma$ 越小,该物理量在一次测量中在(9.9,10.1)的概率越大  
 B.该物理量在一次测量中大于 10 的概率为0.5  
 C.该物理量在一次测量中小于9.99与大于10.01的概率相等  
 D.该物理量在一次测量中落在(9.9,10.2)与落在(10,10.3)的概率相等

7.设随机变量 $X \sim B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ ,且 $D(X) = \frac{3}{4}$ ,则 $n =$ \_\_\_\_\_,事件“ $X = 2$ ”的概率为\_\_\_\_\_.

8.(2021 八省联合演练)对一个物理量做 $n$ 次测量,并以测量结果的平均值作为该物理量的最后结果.已知最后结果的误差 $\varepsilon_n \sim N\left(0, \frac{2}{n}\right)$ ,为使误差 $\varepsilon_n$ 在(-0.5,0.5)内的概率不小于0.9545,则至少要测量\_\_\_\_\_次(参考数据:若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,则 $P(|X - \mu| < 2\sigma) = 0.9545$ ).

9.某强基计划的试点高校通过自主命题选拔考生,选拔过程中只有通过笔试方能进入面试环节.已知甲、乙两所大学的笔试环节都设有三门考试科目且每门科目是否通过相互独立.若某考生报考甲大学,每门科目通过的概率均为 $\frac{1}{2}$ ,该考生报考乙大学,每门科目通过的概率依次为 $\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, m$ ,其中 $0 < m < 1$ .

- (1)若 $m = \frac{2}{3}$ ,分别求出该考生报考甲、乙两所大学在笔试环节恰好通过一门科目的概率;  
 (2)强基计划规定每名考生只能报考一所试点高校,若以笔试过程中通过科目数的数学期望为依据

作出决策,则当该考生更希望通过乙大学的笔试时,求 $m$ 的范围.

10.(2021 山东淄博市二模)某市在司法知识宣传周活动中,举办了一场司法知识网上答题考试,要求本市所有机关、企事业单位工作人员均要参加考试,试题满分为 100 分,考试成绩大于等于 90 分的为优秀.考试结束后,组织部门从所有参加考试的人员中随机抽取了 200 人的成绩作为统计样本,得到样本平均数为 82,方差为 64.假设该市机关、企事业单位工作人员有 20 万人,考试成绩 $\xi$ 服从正态分布 $N(82,64)$ .

(1)试估计该市此次司法考试成绩优秀者的人数为多少万?

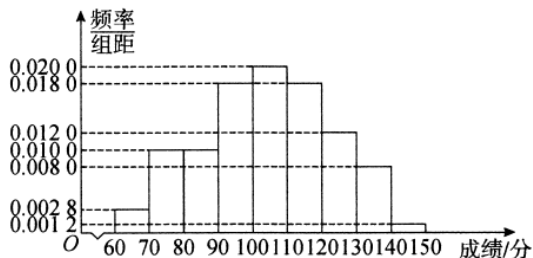
(2)该市组织部门为调动机关、企事业单位工作人员学习司法知识的积极性,制定了如下奖励方案:所有参加考试者,均可参与网上“抽奖赢手机流量”活动,并且成绩优秀者可有两次抽奖机会,其余参加者抽奖一次.抽奖者点击抽奖按钮,即随机产生一个两位数(10,11, ..., 99),若产生的两位数的数字相同,则可获赠手机流量5G,否则获赠手机流量1G.假设参加考试的所有人均参加了抽奖活动,试估计此次抽奖活动赠予的手机流量总共有多少G.

参考数据:若 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,则 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.68$ .

11.(2021 湖北九师联盟联考)2020 年某市教育主管部门为了解近期举行的数学竞赛的情况,随机抽取 500 名参赛考生的数学竞赛成绩进行分析,并制成如下的频率分布直方图.

(1)求这 500 名考生的本次数学竞赛的平均成绩 $\bar{x}$ (精确到整数);

(2)由频率分布直方图可认为:这次竞赛成绩 $X$ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ,其中 $\mu$ 近似等于样本的平均数 $\bar{x}$ , $\sigma$ 近似等于样本的标准差 $s$ ,并已求得 $s \approx 18$ .用该样本的频率估计总体的概率,现从该市所有考生中随机抽取 10 名学生,记这次数学竞赛成绩在 $(86,140]$ 之外的人数为 $Y$ ,求 $P(Y = 2)$ 的值(精确到0.001).



参考数据:(1)当 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 时, $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) = 0.6827$ , $P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9545$ ;(2) $0.8186^8 \times 0.1814^2 \approx 0.0066$ .