数列中的最值、范围问题

班级______ 姓名________ 日期______ 评价______

类型 1 求数列和式的最值、范围

1. 已知正项数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,满足$2S_n+1=2a_n^2+a_n(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)已知对于任意的$n\in\mathbf{N}^*$,不等式$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\frac{1}{S_3}+\cdots+\frac{1}{S_n}<M$恒成立,求实数$M$的最小值.

2. 设S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和,且a_n是S_n和 2 的等差中项.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)记$b_k=a_k\cdot(a_k+a_{k+1}+\cdots+a_n)(1\leqslant k\leqslant n)$.

①求数列$\{b_k\}(1\leqslant k\leqslant n)$的前$n$项和$T_n$;

②设$M=\frac{2}{T_1}+\frac{2^2}{T_2}+\cdots+\frac{2^n}{T_n}(n\in\mathbf{N}^*)$,求$M$的取值范围.

类型 2　求n的范围或最值

3. (2022•广西适应性考试)已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,满足$S_n+n^2=n(a_n+1)$, $a_2=3$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设$b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}$, $\{b_n\}$的前n项和为T_n.若$T_n\geqslant\frac{2}{5}$对于任意$n\in\mathbf{N}^*$恒成立,求n的取值范围.

4. (2022•如皋调研)已知正项等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,满足$a_2=2$, $a_{n+3}-S_{n+2}=a_{n+1}-S_n$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)记$b_n=\frac{2n-1}{a_n}$,数列$\{b_n\}$前n项和T_n,求使不等式$T_n<\frac{13}{2}-\frac{4n+7}{2^n}$成立的$n$的最小值.

类型 3 求数列不等式中参数的取值范围

5. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，公比为$q(q>0)$的等比数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n，并满足$2^{S_{n+1}}(1+T_n)=2^{S_n}(n\in\mathbf{N}^*)$,且$a_1=0, a_2=-1, T_3=7$.

(1)求a_n与b_n;

(2)若不等式$t(T_n+1)+S_n+S_{n+1}>0$对任意的正整数n恒成立,求实数t的取值范围.

6. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n, a_1 = -\frac{9}{4}$,且$4S_{n+1} = 3S_n - 9(n \in \mathbf{N}^*)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设数列$\{b_n\}$满足$3b_n + (n-4)a_n = 0(n \in \mathbf{N}^*)$,记$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$.若$T_n \leqslant \lambda b_n$对任意$n \in \mathbf{N}^*$恒成立,求实数$\lambda$的取值范围.

数列中的奇偶项与组合项问题

班级______ 姓名________ 日期______ 评价______

类型 1 数列中的奇、偶项问题

1. (2022•云南诊断联考)已知正项数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,满足$4S_n=a_n^2+2a_n-8$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求数列$\{(-1)^n(S_n-3n)\}$的前n项和T_n.

2. (2022•广州综合测试)在等比数列$\{a_n\}$中,a_1,a_2,a_3分别是下表第一,二,三行中的某一个数,且a_1,a_2,a_3中的任何两个数不在下表的同一列.

	第一列	第二列	第三列
第一行	3	2	3
第二行	4	6	5
第三行	9	12	8

(1)写出a_1,a_2,a_3,并求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若数列$\{b_n\}$满足$b_n=a_n+(-1)^n\log_2 a_n$,求数列$\{b_n\}$的前n项和S_n.

3. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}+(-1)^n a_n=2n-1$，求$\{a_n\}$的前 60 项和.

4.在数列$\{a_n\}$中,已知$a_1=1, a_n \cdot a_{n+1}=\left(\frac{1}{2}\right)^n$,记$S_n$为$\{a_n\}$的前$n$项和,$b_n=a_{2n}+a_{2n-1}, n \in \mathbf{N}^*$.

(1)判断数列$\{b_n\}$是否为等比数列,并写出其通项公式;

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(3)求S_n.

类型 2　数列中的组合项问题

11. (2022•株洲质检)由整数构成的等差数列$\{a_n\}$满足$a_3=5, a_1a_2=2a_4$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若数列$\{b_n\}$的通项公式为$b_n=2^n$,将数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的所有项按照“当n为奇数时,b_n放在前面;当n为偶数时,a_n放在前面”的要求进行“交叉排列”,得到一个新数列$\{c_n\}$：$b_1, a_1, a_2, b_2, b_3, a_3, a_4, b_4, \cdots$,求数列$\{c_n\}$的前$(4n+3)$项和$T_{4n+3}$.

12. (2022•滨州模拟)已知等差数列$\{a_n\}$和等比数列$\{b_n\}$满足$a_1=2, b_2=4, a_n=2\log_2 b_n, n\in \mathbf{N}^*$.

(1)求数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的通项公式;

(2)设数列$\{a_n\}$中不在数列$\{b_n\}$中的项按从小到大的顺序构成数列$\{c_n\}$,记数列$\{c_n\}$的前n项和为S_n,求S_{100}.