

# 江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科导学案

## 计数原理与二项式定理

研制人：童旗军 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 授课日期：\_\_\_\_\_

### 【考情分析】

从近年的全国卷和近三年新高考卷来看,计数原理也是高考的一个重点内容,主要考查二项展开式的通项、二项式系数、展开式的系数、排列和组合等知识.二项式定理的考查,大多为基础题,以小题的形式进行考查,考查热点是求二项展开式指定项的系数,或求形如 $(cx+d)(ax+b)^n$ , $(ax+by+c)^n$ 的展开式中指定项的系数.排列和组合常以解决实际问题的小题单独考查,或与概率综合考查.

### 【真题感悟】

- (2021 全国乙卷)将 5 名北京冬奥会志愿者分配到花样滑冰、短道速滑、冰球和冰壶 4 个项目进行培训,每名志愿者只分配到 1 个项目,每个项目至少分配 1 名志愿者,则不同的分配方案共有( )  
A.60 种                      B.120 种                      C.240 种                      D.480 种
- (2022 新高考全国 II 卷)有甲、乙、丙、丁和戊 5 名同学站成一排参加文艺汇演,若甲不站在两端,丙和丁相邻的不同排列方式有( )  
A.12 种                      B.24 种                      C.36 种                      D.48 种
- (2022 浙江卷)已知多项式  $(x+2)(x-1)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ , 则  $a_2 =$  \_\_\_\_\_,  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 =$  \_\_\_\_\_.
- (2022 新高考全国 I 卷) $(1 - \frac{y}{x})(x+y)^8$  的展开式中  $x^2y^6$  的系数为 \_\_\_\_\_ (用数字作答).

### 【典例导引】

- 例 1.(1) (2021 山东青岛市三模)教育改革的核心是课程改革,新课程改革的核心理念就是教育以人为本,即一切为了每一位学生的发展.为满足新课程的三维目标要求,某校开设 A 类选修课 4 门, B 类选修课 4 门,一位同学从中共选 3 门,若要求两类课程中至少选 1 门,则不同的选法共有( )  
A.24 种                      B.48 种                      C.32 种                      D.64 种
- (2) (2021 广东广州市一模)某一次乒乓球赛的参赛队共有 5 个小组,每小组 3 队.首先每小组中各队进行单循环比赛(即每两队比赛一次),然后各小组的第一名再进行单循环比赛,则先后比赛的总次数为( )  
A.15                      B.20                      C.25                      D.30
- (3)(2022 上海模拟)为了检测学生的身体素质指标,从游泳类 1 项,球类 3 项,田径类 4 项,共 8 项项目中随机抽取 4 项进行检测,则每一类都被抽到的种数为 \_\_\_\_\_.

例 2.(1) (2021 辽宁沈阳市三模)某养老院一楼有六个房间,现有 6 位男住户和 4 位女住户,要求安排其中 2 位女住户人住中间四个房间中的两个,安排其中 4 位男住户人住剩下的 4 个房间,则不同的安排方式有( )

- A.25920 种                  B.26890 种                  C.27650 种                  D.28640 种

(2)(2021 山东临沂市二模)数学对于一个国家的发展至关重要,发达国家常常把保持数学领先地位作为他们的战略需求.现某大学为提高数学系学生的数学素养,特开设了“古今数学思想”“世界数学通史”“几何原本”“什么是数学”四门选修课程,要求数学系每位同学每学年至多选 3 门,大一到大三三学年必须将四门选修课程选完,则每位同学的不同选修方式有( )

- A.60 种                      B.78 种                      C.84 种                      D.144 种

例 3. (1) (2021 湖南衡阳市一模)二项式 $(x - \frac{a}{x})^6$ 的展开式中常数项为-20,则含 $x^4$ 项的系数为( )

- A.-6                          B.-15                          C.6                              D.15

(2)在 $(x + 2y)^5(x - 3y)$ 的展开式中 $x^3y^3$ 项的系数为( )

- A.-120                      B.-40                          C.80                              D.200

例 4.(1)(2021 八省联合演练) $(1+x)^2 + (1+x)^3 + \dots + (1+x)^9$ 的展开式中 $x^2$ 的系数是( )

- A.60                          B.80                              C.84                              D.120

(2)若 $(2-x)^6 = a_0 + a_1(1+x) + a_2(1+x^2) + \dots + a_6(1+x)^6$ ,则 $a_4 =$ ( )

- A.270                          B.135                              C.-135                              D.-270

# 江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科作业

## 计数原理与二项式定理

研制人：童旗军 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 时长：60 分钟

- 将 6 个不同的乒乓球全部放入两个不同的球袋中,每个球袋中至少放 1 个,则不同的放法有( )  
A.82 种                      B.62 种                      C.112 种                      D.84 种
- (2021 山东淄博市一模)有 7 名学生参加“学党史知识竞赛”,咨询比赛成绩,老师说:“甲的成绩是最中间一名,乙不是 7 人中成绩最好的,丙不是 7 人中成绩最差的,而且 7 人的成绩各不相同”.那么他们 7 人不同的可能位次共有( )  
A.120 种                      B.216 种                      C.384 种                      D.504 种
- (2022 青海海东市模拟) $(x - \frac{2}{x^2} + 1)^6$ 的展开式中常数项为( )  
A.-61                      B.-59                      C.-57                      D.-55
- (2021 河北衡水市二模)若二项式 $(2x + \frac{1}{x})^n$ 的展开式中二项式系数之和为 64,则展开式中 $x^2$ 项的系数为( )  
A.60                      B.120                      C.160                      D.240
- (多选题)(2021 山东烟台市一模)为弘扬我国古代的“六艺文化”,某夏令营主办单位计划利用暑期开设“礼”“乐”“射”“御”“书”“数”六门体验课程,每周一门,连续开设六周,则( )  
A.某学生从中选 3 门,共有 30 种选法  
B.课程“射”“御”排在不相邻两周,共有 240 种排法  
C.课程“礼”“书”“数”排在相邻三周,共有 144 种排法  
D.课程“乐”不排在第一周,课程“御”不排在最后一周,共有 504 种排法
- (多选题)(2021 湖南永州市二模)关于多项式 $(\frac{2}{x} - x)^6$ 的展开式,下列结论正确的是( )  
A.各项系数之和为 1                      B.二项式系数之和为 $2^6$   
C.存在常数项                      D. $x^4$ 项的系数为 12
- 某市现将甲、乙、丙、丁 4 名干部派遣到 A, B, C 三个贫困县扶贫,要求每个贫困县至少分到一人,则甲、乙 2 名干部不被分到同一个贫困县的概率为\_\_\_\_\_.
- 二项展开式  $(1 + 2x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ , 则  $a_4 =$  \_\_\_\_\_,  $a_1 + a_3 + a_5 =$  \_\_\_\_\_.
- (1)求 $(\sqrt{x} - 2)^5$ 的展开式中 $x^2$ 项的系数;  
  
(2)求二项式 $(\sqrt{2} + x)^9$ 的展开式中的常数项与系数为有理数的项的个数.

10. (1) (2021 福建高三二模改编)某校甲、乙、丙三位同学报名参加 $A, B, C, D$ 四所高校的强基计划考试,每所高校报名人数不限,因为四所高校的考试时间相同,所以甲、乙、丙只能随机各自报考其中一所高校,求恰有两人报考同一所高校的概率;

(2) (2021 河北衡水市二模改编)某省要从某市某医院某科室的 5 名男医生(含 1 名主任医师),4 名女医生(含 1 名主任医师)中分别选派 3 名男医生和 2 名女医生,则在有 1 名主任医师被选派的条件下,求 2 名主任医师都被选派的概率.

11. (1)(2021 河北石家庄市一模改编)某县为响应国家政策,选派了 6 名工作人员到 $A, B, C$ 三个村调研脱贫后的产业规划,每个村至少去 1 人,不同的安排方式共有多少种?

(2) (2021 江苏常州市期末改编)设 $A > 0, \omega > 0$ ,在探索系数 $A, \omega, \varphi, b$ 对函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + b$ 图象的影响时,我们发现,系数 $A$ 对其影响是图象上所有点的纵坐标伸长或缩短,通常称为“振幅变换”;系数 $\omega$ 对其影响是图象上所有点的横坐标伸长或缩短,通常称为“周期变换”;系数 $\varphi$ 对其影响是图象上所有点向左或向右平移,通常称为“左右平移变换”;系数 $b$ 对其影响是图象上所有点向上或向下平移,通常称为“上下平移变换”.运用上述四种变换,若函数 $f(x) = \sin x$ 的图象经过四步变换得到函数 $g(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$ 的图象,且已知其中有一步是向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度,变换的方法共有多少种?