**江苏省南京市、盐城市2022-2023学年高三上学期期末联考数学试题**

**一、单选题**

1．“”是“数列为等差数列”的（    ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

2．若复数满足，则复数在复平面内对应点组成图形的面积为（    ）

A． B． C． D．

3．已知集合.若，则实数的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

4．把5个相同的小球分给3个小朋友，使每个小朋友都能分到小球的分法有（    ）

A．4种 B．6种 C．21种 D．35种

5．某研究性学习小组发现，由双曲线的两渐近线所成的角可求离心率的大小，联想到反比例函数的图象也是双曲线，据此可进一步推断双曲线的离心率为（    ）

A． B．2 C． D．5

6．中，为边上的高且，动点满足，则点的轨迹一定过的（    ）

A．外心 B．内心 C．垂心 D．重心

7．若函数满足对一切实数恒成立，则不等式的解集为（    ）

A． B． C． D．

8．四边形*ABCD*是矩形，，点*E*，*F*分别是*AB*，*CD*的中点，将四边形*AEFD*绕旋转至与四边形重合，则直线所成角在旋转过程中（    ）

A．逐步变大 B．逐步变小 C．先变小后变大 D．先变大后变小

**二、多选题**

9．若，则下列说法正确的有（    ）

A．

B．

C．不随的变化而变化

D．随的变化而变化

10．已知函数.若，分别为的极大值与极小值，则（    ）

A． B． C． D．

11．已知直线的方程为为原点，则（    ）

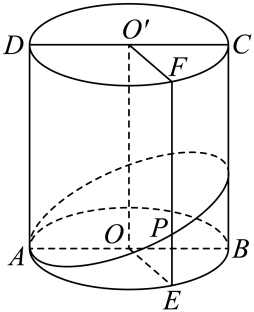
A．若，则点一定不在直线上

B．若点在直线上，则

C．直线上存在定点

D．存在无数个点总不在直线上

12．如图，圆柱的底面半径为1，高为2，矩形是其轴截面，过点*A*的平面与圆柱底面所成的锐二面角为，平面截圆柱侧面所得的曲线为椭圆，截母线得点，则（    ）

A．椭圆的短轴长为2

B．的最大值为2

C．椭圆的离心率的最大值为

D．

**三、填空题**

13．展开式中的系数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14．设函数，则使在上为增函数的的值可以为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.（写出一个即可）.

15．在概率论中常用散度描述两个概率分布的差异.若离散型随机变量的取值集合均为，则的散度.若，的概率分布如下表所示，其中，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 |
|  |  |  |
|  | 0 | 1 |
|  |  |  |

16．已知数列满足其中，是公比为的等比数列，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（用表示）；若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题**

17．已知数列满足.

(1)判断数列是否是等比数列，并求的通项公式；

(2)若，求数列的前项和.

18．在中，，，为内的一点，满足，.

(1)若，求的面积；

(2)若，求.

19．为深入贯彻党的教䏍方针，全面落实《中共中央国务院关于全面加强新时代大中小学劳动教育的意见》，某校从2022年起积极推进劳动课程改革，先后开发开设了具有地方特色的家政､烹饪､手工､园艺､非物质文化遗产等劳动实践类校本课程.为调研学生对新开设劳动课程的满意度并不断改进劳动教育，该校从2022年1月到10月每两个月从全校3000名学生中随机抽取150名学生进行问卷调查，统计数据如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 月份 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 满意人数 | 80 | 95 | 100 | 105 | 120 |

(1)由表中看出，可用线性回归模型拟合满意人数与月份之间的关系，求关于的回归直线方程，并预测12月份该校全体学生中对劳动课程的满意人数；

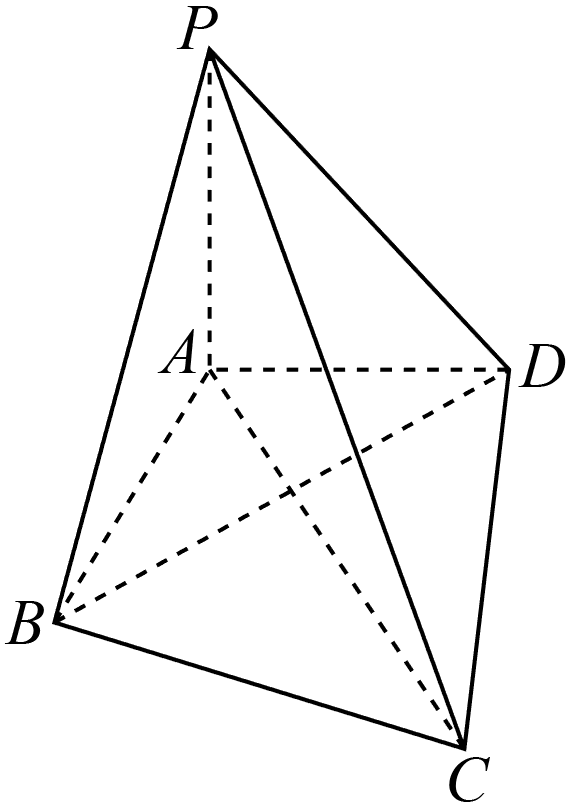
(2)10月份时，该校为进一步深化劳动教育改革，了解不同性别的学生对劳动课程是否满意，经调研得如下统计表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 满意 | 不满意 | 合计 |
| 男生 | 65 | 10 | 75 |
| 女生 | 55 | 20 | 75 |
| 合计 | 120 | 30 | 150 |

请根据上表判断是否有的把握认为该校的学生性别与对劳动课程是否满意有关？参考公式：.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

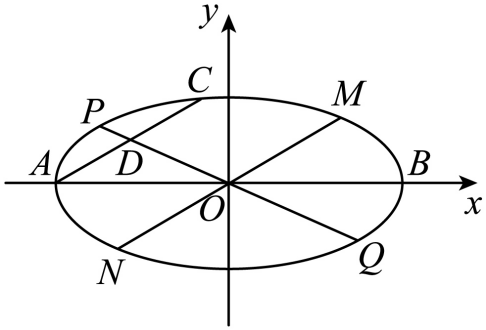
，其中.

20．如图，在四棱锥中，底面，平面平面，四棱锥的体积为4.

(1)求证：；

(2)求平面与平面所成锐二面角的余弦值.

21．如图，已知椭圆的左､右顶点分别为，点是椭圆上异于的动点，过原点平行于的直线与椭圆交于点的中点为点，直线与椭圆交于点，点在轴的上方.

(1)当时，求；

(2)求的最大值.

22．已知函数.

(1)当时，求函数的最小值；

(2)已知，求证：.

**参考答案：**

1．B

【分析】根据等差数列的性质结合充分条件与必要条件的证明即可得出答案.

【详解】如果数列是等差数列，根据等差中项的扩展可得一定有，

反之成立，不一定有数列是等差数列，

故选：B.

2．D

【分析】根据复数的几何意义判断在复平面对应的点是半径为2的圆及圆内所有点，进而求出其面积.

【详解】在复平面对应的点是半径为2的圆及圆内所有点，，

故选：D.

3．D

【分析】对参数进行分类讨论，求出集合的解集即可求解.

【详解】若，则，故；

若，满足条件；

若，则，满足条件.

综上可知，实数的取值范围是：.

故选：D.

4．B

【分析】元素相同问题用隔板法.

【详解】利用隔板法：由题可知使每个小朋友都能分到小球的分法有种.

故选：.

5．A

【分析】由双曲线的渐近线垂直得其为等轴双曲线，从而可得离心率．

【详解】双曲线两渐近线垂直，故为等轴双曲线，离心率为，

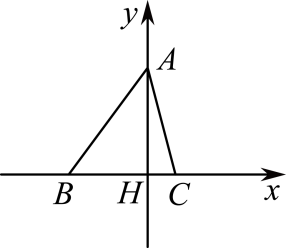
故选：.

6．A

【分析】设，，以为原点，、方向为、轴正方向建立空间直角坐标系，根据已知得出点的坐标，设，根据列式得出点的轨迹方程为，即可根据三角形四心的性质得出答案.

【详解】设，，

以为原点，、方向为、轴正方向如图建立空间直角坐标系，



，

，，

则，，，，则，

设，则，

，

，即，

即点的轨迹方程为，

而直线平分线段，即点的轨迹为线段的垂直平分线，

根据三角形外心的性质可得点的轨迹一定过的外心，

故选：A.

7．C

【分析】根据题意分析出关于点对称，进而求出不等式的解集.

【详解】由，

对上式求导可得，

即，所以关于对称，

因为，

所以图像的开口向上，对称轴为，

由，

得，

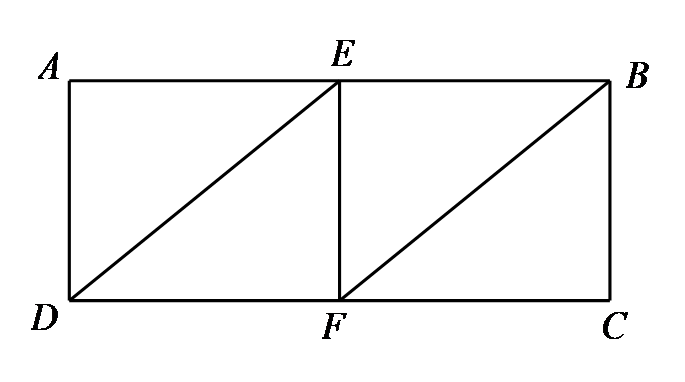
解得.

故选：C.

8．D

【分析】根据初始时刻*ED*与*BF*所成角可判断BC，由题可知在平面内的投影一直落在直线上，进而某一时刻，可得与所成角为，可判断AD.

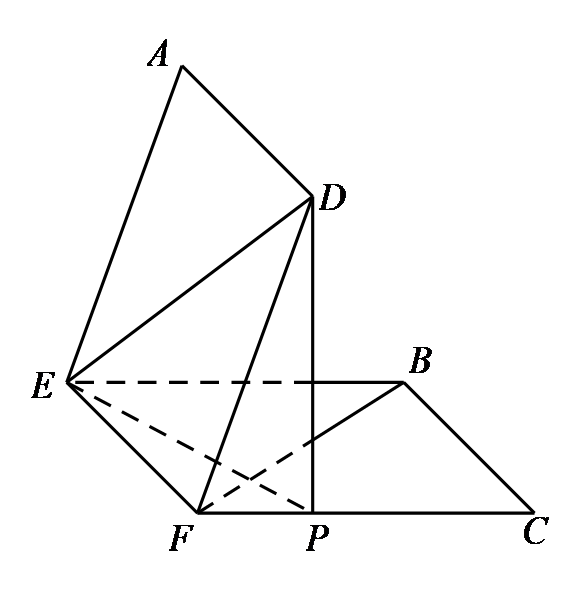
【详解】由题可知初始时刻与所成角为0，故错误，



在四边形*AEFD*绕旋转过程中，，平面，

所以平面，平面，

所以平面平面，故在平面内的投影一直落在直线上，



所以一定存在某一时刻，而平面，，又平面，

所以平面，此时与所成角为，然后开始变小，

故直线所成角在旋转过程中先变大后变小，故选项A错误，选项D正确.

故选：D.

9．AC

【分析】根据正态分布的性质对选项一一验证即可.

【详解】对于A、B：根据正态分布的对称性可得出与，故A正确，B错误；

对于C、D：根据正态分布的性质可得出与都不随的变化而变化，表示的概率为定值，故C正确，D错误；

综上：选项A、C正确，

故选：AC.

10．BCD

【分析】由辅助角公式得出，即可根据已知得出，，、，则，设，则，，再根据诱导公式对选项一一验证.

【详解】根据辅助角公式可得：，

其中，，

，分别为的极大值与极小值，

，，、，

则，

、，

，

设，

则，，

则，

，故A错误，B正确；

，故C正确；

，故D正确；

故选：BCD.

11．BD

【分析】利用点到直线距离公式进行判断.

【详解】到直线的距离为，所以与圆相切，

因此选项A错误，B正确，D正确；

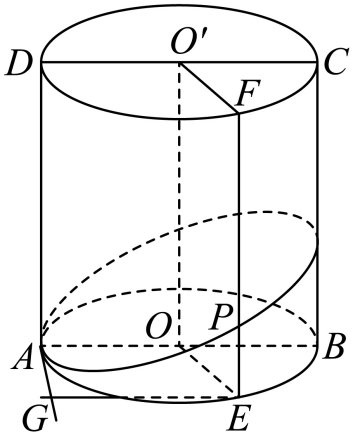
由可得，，若直线存在定点，

则，这样的不存在，因此直线上不存在定点，选项C错误.

故选：BD.

12．ACD

【分析】短轴长为底面圆直径，可以判断A选项；的最大值为，可以判断B选项；长轴长最长为时，可以判断C选项；利用几何关系判断D选项；

【详解】

椭圆在底面上的投影为底面圆，所以短轴长为底面圆直径，即为2，故A正确；

当平面过*AC*时，的最大值为，故B错误；

椭圆短轴长为定值2，所以长轴长最长为时，离心率最大为，故C正确；

过作椭圆所在平面和底面的交线垂线，垂足为，连接*AE*，设则，

由题意可得，由余弦定理可得

，

由，

则，

由题意可得，

所以，故D正确.

故选:ACD.

13．80

【分析】根据展开式通项公式进行求解.

【详解】因为展开式通项公式为：

所以的系数为.

故答案为：80.

14．（答案不唯一，满足即可）

【分析】根据三角函数单调性求出函数在，上单调递增，使在上为增函数，令，，解得，则取0，此时函数的单调递增为，则，即可列式得出，即可得出答案.

【详解】，

令，，

解得，

即函数在，上单调递增，

而函数在上为增函数，

令，，解得，

，则取0，

此时函数的单调递增为，

则，

则，解得，

则使在上为增函数的的值的范围为，

故答案为：（答案不唯一，满足即可）

15．

【分析】根据已知公式得出，根据二次函数最值与不等式性质得出，即可根据对数函数性质得出，即可得出答案.

【详解】根据已知公式，

得，

，

令，开口向下，对称轴为，

在上，，

则，

则，

故答案为：

16．          1024

【分析】根据已知得出，则，即可得出，根据已知得出，可得到，根据已知得出，结合条件即得.

【详解】时，，即，，

则，

是公比为的等比数列，

，即；

，

中的项同号，

时，，

，

则中的项都为正，即，

，

，

，

，

，

，

，

，

，即，

，

，

解得，

.

故答案为：；1024.

17．(1)证明见解析，

(2)

【分析】（1）由已知可得，可知该数列不是等比数列，利用递推关系即可求出；

（2）利用裂项相消法即可求和.

【详解】（1），故数列不是等比数列.

∵，

∴

同理



，

迭代得，即

所以.

（2），

所以.

18．(1)

(2)

【分析】（1）首先求出，再在中求出，利用正弦定理求出，最后由面积公式计算可得；

（2）在中利用余弦定理求出，令，则，表示出，，再由正弦定理求出，即可得解.

【详解】（1）解：在中，因为，且，所以.

由，可得.

又，则.

在中，因为，，所以，

则，解得，

从而.

（2）解：在中，由，

解得或（舍去）.令，则在中.

在中，，所以，

则，即，得.

因为，所以，

从而.

19．(1)，2540

(2)有的把握

【分析】（1）根据线性回归方程公式求出，进而求出回归直线方程，预测出结果；

（2）根据公式求出，判断出有的把握认为该校的学生性别与对劳动课程是否满意有关.

【详解】（1）由题意可得，

则





可得，

故关于的回归直线方程为.

令，得，

据此预测12月份该校全体学生中对劳动课程的满意人数为人.

（2）提出假设：该校的学生性别与对劳动课程是否满意无关.

则.

因为，而，

故有的把握认为该校的学生性别与对劳动课程是否满意有关.

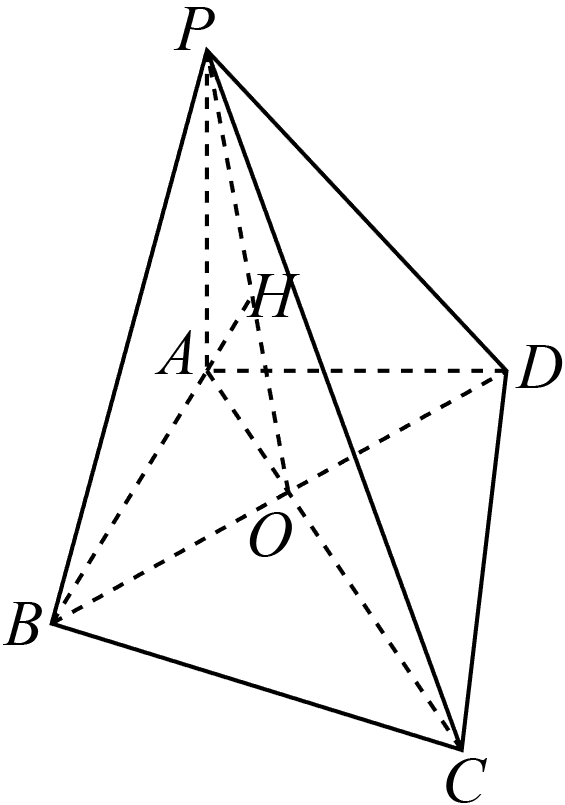
20．(1)证明见解析

(2)

【分析】（1）设，在平面内过点作，垂足为,利用面面垂直的性质定理可得平面，再根据线面垂直的性质定理和判断定理求解即可；

（2）以为轴建立空间直角坐标系 ，利用空间向量法求解即可.

【详解】（1）设，在平面内过点作，垂足为,



因为平面平面，平面平面，

所以平面，

又平面，所以，

因为平面平面，所以,

因为平面平面，

所以平面，

又因为平面，所以.

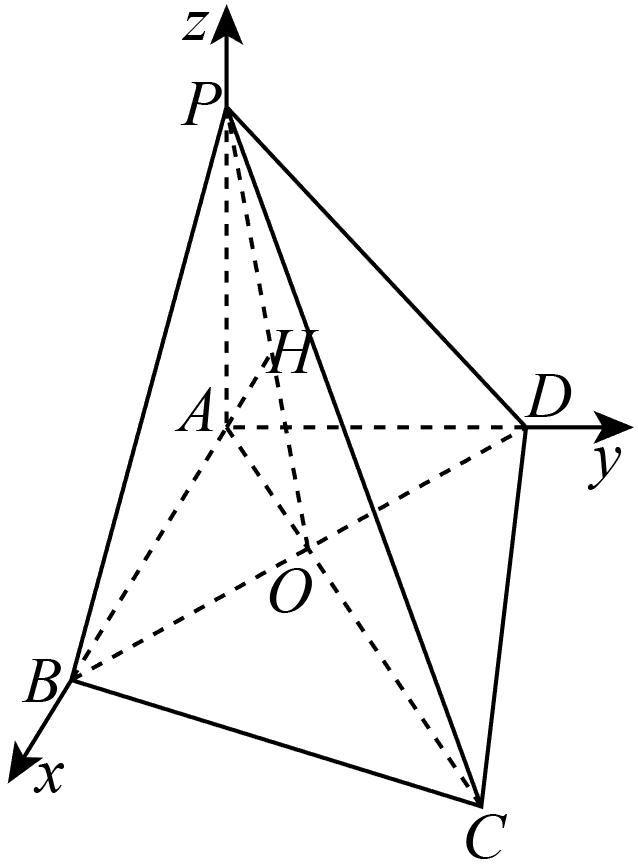
（2）在中，由，可得，，

由（1）知，则，

解得，

因为平面，平面，所以两两垂直，

以为轴建立如图所示空间直角坐标系，



所以，

设平面的一个法向量为，

设平面的一个法向量为，

又，

则解得，

所以，

所以平面与平面所成锐二面角的余弦值为.

21．(1)

(2)10

【分析】（1）根据题意求出，根据分析出点满足的方程，求出点坐标，进而求出；

（2）利用弦长公式求出和，再利用基本不等式求出最值.

【详解】（1）由题知,设，则，

则.

因为，所以在圆上，

又在椭圆上，

所以满足，所以，

，所以或（舍去），

又在轴上方，所以，

所以直线的斜率为，故直线的斜率为，

所以直线与直线关于轴对称.

设直线的倾斜角，



（2）当直线斜率为，则直线，直线，

满足，所以，

所以，

同理，

所以

所以，当且仅当，即时取“”，

所以的最大值为10.

【点睛】方法点睛：解决直线与椭圆的综合问题时，要注意：

(1)注意观察应用题设中的每一个条件，明确确定直线、椭圆的条件；

(2)强化有关直线与椭圆联立得出一元二次方程后的运算能力，重视根与系数之间的关系、弦长、斜率、三角形的面积等问题．

22．(1)0

(2)证明见解析

【分析】（1）利用导函数求单调性进而求最小值即可；

（2）利用单调性可得当时，不妨设，由可得，再利用（1）中结论得，求解即可.

【详解】（1）由题意可得，令，则或，

列表如下：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | 0 |  |
|  |  | 0 |  | 0 |  |
|  | 单调递增 | 极大值 | 单调递减 | 极小值 | 单调递增 |

当趋近于时，趋近于

所以.

（2）由题意可得，

所以当时，，即在上单调递增，

当时，，即在上单调递减，

所以，

因为，不妨设，

因为时，，

所以，所以，

由（1）知，且时，，所以，

则，解得，

，解得，

所以.

【点睛】关键点点睛：本题考查利用导数研究函数的单调性和最值，第（2）问思路，利用（1）中结论当，且时，，得，分析的范围解不等式即可求解.