江苏省仪征中学2022-2023学年度第二学期高三数学学科导学案

数列的通项与求和

研制人：曹远慧　　审核人：陈宏强

班级：＿＿＿＿＿＿姓名：＿＿＿＿＿＿学号：＿＿＿＿＿授课日期：

【考情分析】

新高考对数列的通项与求和的考查主要以解答题的形式出现,通过分组转化、错位相减、裂项相消等方法求数列的和,有时与函数、不等式综合在一起考查,交汇渗透.难度中等偏上.

【真题感悟】

1.(2022 新高考全国Ⅰ卷)记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,已知$a_1=1$,$\left\{\frac{S_n}{a_n}\right\}$是公差为$\frac{1}{3}$的等差数列.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)证明:$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}<2$.

2.(2021 全国乙卷)设$\{a_n\}$是首项为1的等比数列,数列$\{b_n\}$满足$b_n=\frac{na_n}{3}$.已知$a_1,3a_2,9a_3$成等差数列.

(1)求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式;

(2)记S_n和T_n分别为$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前n项和.证明:$T_n<\frac{S_n}{2}$.

【典例导引】

例 1.(2022 湖北黄冈市二模)已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=2,n(a_{n+1}-a_n)=a_n+1$.

(1)求证:数列$\left\{\frac{a_n+1}{n}\right\}$是常数数列;

(2)令$b_n=(-1)^n a_n$,S_n为数列$\{b_n\}$的前n项和,求使得$S_n\leqslant -99$的n的最小值.

例 2.(2022 山东济南市二模)已知正项数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$4S_n=(a_n+1)^2$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)在①$b_n=\frac{1}{a_n a_{n+1}}$;②$b_n=3^n\cdot a_n$;③$b_n=\frac{1}{4S_n-1}$这三个条件中任选一个,补充在下面的问题中并求解.若____________,求$\{b_n\}$的前n项和T_n.

注:如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

例 3.(2021 山东二模)数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,点(n,a_n+a_{n+1})在函数$y=kx+1$图象上,其中k为常数,且$k\neq 0$.

(1)若a_1,a_2,a_4成等比数列,求k的值;

(2)当$k=3$时,求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n.

例 4.(2022 河南平顶山市模拟预测)已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$2S_n=(n+2)a_n-2$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若数列$\left\{\frac{1}{a_n^2}\right\}$的前$n$项和为$T_n$,求证:$T_n<\frac{2}{3}$.

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科作业

等差数列、等比数列

研制人： 曹远慧　　审核人：陈宏强

班级：____________ 姓名：_____________学号：_________时长：60 分钟

1.(2021 湖北黄冈市三模)公差不为 0 的等差数列$\{a_n\}$中,它的前 31 项的平均值是 12,现从中抽走 1 项,余下的 30 项的平均值仍然是 12,则抽走的项是(　　)

A.a_{12}　　B.a_{14}　　C.a_{16}　　D.a_{18}

2.(2021 广东深圳市一模)在数列$\{a_n\}$中,$a_1=3, a_{m+n}=a_m+a_n(m,n\in\mathbf{N}^*)$,若$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_k=135$,则$k=$(　　)

A.10　　B.9　　C.8　　D.7

3.(2021 山东菏泽市三模)已知数列$\{a_n\}$的前n项和是S_n,且$S_n=2a_n-1$,若$a_n\in(0,2021)$,则称项a_n为"和谐项",则数列$\{a_n\}$的所有"和谐项"的和为(　　)

A.1022　　B.1023　　C.2046　　D.2047

4.(2022 陕西西工大附属中学模拟预测)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,且$a_n=(1+a_n)a_{n+1}, n\in\mathbf{N}^*$,则$a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+\cdots+a_{2020}a_{2021}=$(　　)

A.2021　　B.$\frac{2020}{2021}$　　C.$\frac{1}{2^{2021}}$　　D.2^{2021}

5.(多选题)(2021 广东广州市三模)已知S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和,且$a_3=3, S_5+S_2=18, b_n=\frac{1}{a_{2n-1}a_{2n+1}}$,记数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$，则(　　)

A.$a_n=n-1$　　B.$S_n=\frac{n(n+1)}{2}$　　C.$b_n=\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}$　　D.$T_{10}=\frac{10}{21}$

6.(多选题)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=3$,对任意$n\geqslant 2$且$n\in\mathbf{N}^*$,恒有$a_n+3^n=3(a_{n-1}-3^{n-1})$成立,记$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$,则(　　)

A.$\{a_n\}$为等比数列　　B.$\left\{\frac{a_n}{3^n}\right\}$为等差数列　　C.$\{a_n\}$为递减数列　　D.$S_n=(2-n)3^{n+1}-6$

7.(2021 广东肇庆市二模)斐波那契数列因意大利数学家斐波那契以兔子繁殖为例引人,故又称为"兔子数列",即1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233, ⋯在实际生活中,很多花朵(如梅花、飞燕草、万寿菊等)的瓣数恰是斐波那契数列中的数,斐波那契数列在现代物理及化学等领域也有着广泛的应用.斐波那契数列$\{a_n\}$满足$a_1=a_2=1, a_{n+2}=a_{n+1}+a_n(n\in\mathbf{N}^*)$,则$1+a_3+a_5+a_7+a_9+\cdots+a_{2021}$是斐波那契数列$\{a_n\}$中的第_________项.

8.(2021 福建名校联盟大联考)已知数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n, a_1=1, S_n=n^2a_n(n\in\mathbf{N}^*)$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为________________.

9.(2022 河北石家庄市二模)已知数列$\{a_n\}$的首项$a_1=4$,$\{a_{n+1}-2a_n\}$是以 4 为首项,以 2 为公比的等比数列.

(1)证明数列$\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$是等差数列,并求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)在①$b_n=a_{n+1}-a_n$;②$b_n=\log_2\frac{a_{2n-1}}{2n}$;③$b_n=\frac{4^n}{a_na_{n+1}}$这三个条件中任选一个补充在下面横线上,并加以解答.已知数列$\{b_n\}$满足____,求$\{b_n\}$的前n项和T_n.

10.(2022 辽宁渤海大学附中模拟预测)等比数列$\{a_n\}$中,首项$a_1=1$,前n项和为S_n,且满足$4(a_1+a_3)=S_4$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若$b_n=(n+1)\cdot\log_3 a_{n+1}$,求数列$\left\{\frac{4n+2}{b_n^2}\right\}$的前$n$项和$T_n$.

11.(2022 湖北武汉市三模)已知数列$\{a_n\}$是等差数列,设$S_n(n\in\mathbf{N}^*)$为数列$\{a_n\}$的前n项和,数列$\{b_n\}$是等比数列,$b_n>0$,若$a_1=3,b_1=1,b_3+S_2=12,a_5-2b_2=a_3$.

(1)求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式;

(2)若$c_n=\begin{cases}\frac{2}{S_n}, & n为奇数,\\ b_n, & n为偶数,\end{cases}$ 求数列$\{c_n\}$的前$2n$项和.