江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科导学案
等差数列、等比数列

研制人：周国祥　　审核人：陈宏强

班级：____________姓名：____________学号：_________授课日期：

【考情分析】

数列是高考重点考查的内容之一, 命题形式多种多样, 大小均有. 其中, 小题重点考查等差数列、等比数列基础知识以及数列的递推关系; 解答题的难度中等或稍难, 将稳定在中等难度. 往往在利用方程思想解决数列基本问题后, 进一步数列求和, 在求和后可与不等式、函数、最值等问题综合. 在考查等差数列、等比数列的求和基础上, 进一步考查"裂项相消法""错位相减法"等, 与不等式结合, "放缩"思想及方法尤为重要.

【真题感悟】

1.(2021 全国甲卷)等比数列$\{a_n\}$的公比为q,前n项和为S_n,设甲:$q>0$,乙:$\{S_n\}$是递增数列,则(　　)

A.甲是乙的充分不必要条件　　B.甲是乙的必要不充分条件

C.甲是乙的充要条件　　D.甲既不是乙的充分条件,也不是乙的必要条件

2.(多选题)(2022 全国单元测试)已知数列$\{a_n\}$是等比数列,则下列结论中正确的是(　　)

A.数列$\{a_n^2\}$是等比数列

B.若$a_3=2,a_7=32$,则$a_5=\pm 8$

C.若数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=3^{n-1}+r$,则$r=-1$

D.若$a_1<a_2<a_3$,则数列$\{a_n\}$是递增数列

3.(2022 全国乙卷·文科)记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和.若$2S_3=3S_2+6$,则公差$d=$_______.

4.将数列$\{2n-1\}$与$\{3n-2\}$的公共项从小到大排列得到数列$\{a_n\}$,则$\{a_n\}$的前n项和为_______.

【典例导引】

例 1. (2022 新高考全国 II 卷)已知$\{a_n\}$为等差数列,$\{b_n\}$是公比为 2 的等比数列,且$a_2-b_2=a_3-b_3=b_4-a_4$.

(1)证明:$a_1=b_1$;

(2)求集合$\{k \mid b_k=a_m+a_1, 1\leqslant m\leqslant 500\}$中元素的个数.

例 2．(2021 新高考全国 II 卷)记S_n是公差不为 0 的等差数列$\{a_n\}$的前n项和,若$a_3 = S_5, a_2a_4 = S_4$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求使$S_n > a_n$成立的n的最小值.

例 3．(2021 全国甲卷)记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,已知$a_n > 0, a_2 = 3a_1$,且数列$\{\sqrt{S_n}\}$是等差数列,证明:$\{a_n\}$是等差数列.

例 4．(2022 全国甲卷・理科)记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和.已知$\frac{2S_n}{n} + n = 2a_n + 1$.

(1)证明:$\{a_n\}$是等差数列;

(2)若a_4, a_7, a_9成等比数列,求S_n的最小值.

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科作业

等差数列、等比数列

研制人： 周国祥　　审核人：陈宏强

班级：______________ 姓名：_______________学号：__________时长：60 分钟

1.(2021 全国甲卷)记S_n为等比数列$\{a_n\}$的前n项和.若$S_2=4,S_4=6$,则$S_6=$(　　)

A.7　　B.8　　C.9　　D.10

2.(2022 全国乙卷·理科)已知等比数列$\{a_n\}$的前 3 项和为$168,a_2-a_5=42$,则$a_6=$(　　)

A.14　　B.12　　C.6　　D.3

3.在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1=-9,a_3=-1$.记$T_n=a_1a_2\cdots a_n(n=1,2,\cdots)$,则数列$\{T_n\}$(　　)

A.有最大项,有最小项　　B.有最大项,无最小项

C.无最大项,有最小项　　D.无最大项,无最小项

4.(2022 广东深圳市一模)5G基站建设就是“新基建”的众多工程之一,截至 2021 年 9 月底,我国已累计开通5G基站超 100 万个,未来将进一步完善基础网络体系,稳步推进5G网络建设,实现主要城区及部分重点乡镇$5G$网络覆盖.若 2021 年 10 月计划新建 6 万个5G基站,以后每个月比上个月多建0.5万个,则预计我国累计开通 270 万个5G基站时要到(　　)

A.2022 年 12 月　　B.2023 年 1 月　　D.2023 年 3 月　　C.2023 年 2 月

5.(多选题)(2021 湖北武汉市三模)两个等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$,其公差分别为d_1和d_2,其前n项和分别为S_n和T_n,则下列命题正确的是(　　)

A.若$\{\sqrt{S_n}\}$为等差数列,则$d_1=2a_1$　　B.若$\{S_n+T_n\}$为等差数列,则$d_1+d_2=0$

C.若$\{a_nb_n\}$为等差数列,则$d_1=d_2=0$　　D.若$b_n\in\mathbf{N}^*$,则$\{a_{b_n}\}$也为等差数列,且公差为d_1+d_2

6.(多选题)(2021 湖北荆门市三模)已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$a_1=p,2S_n-S_{n-1}=2p(n\geqslant 2,p$为常数),则下列结论正确的有(　　)

A. $\{a_n\}$一定是等比数列　　B.当$p=1$时,$S_4=\frac{15}{8}$

C. 当$p=\frac{1}{2}$时,$a_ma_n=a_{m+n}$　　D.$|a_3|+|a_8|=|a_5|+|a_6|$

7. (2021 辽宁沈阳市质量监测)在正项等比数列$\{a_n\}$中,$a_5^2+2a_6a_8+a_9^2=100$,则$a_5+a_9=$_______.

8.(2022 湖北十堰市高三阶段练习)已知正项等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$S_3=4,S_9=19$,则S_6,S_9的等差中项为_______.

9.(2022 浙江卷)已知等差数列$\{a_n\}$的首项$a_1=-1$,公差$d>1$.记$\{a_n\}$的前n项和为$S_n(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)若$S_4-2a_2a_3+6=0$,求S_n;

(2)若对于每个$n\in\mathbf{N}^*$,存在实数c_n,使$a_n+c_n,\ a_{n+1}+4c_n,\ a_{n+2}+15c_n$成等比数列,求$d$取值范围.

10.(2021 天津卷)已知$\{a_n\}$是公差为 2 的等差数列,其前 8 项和为64.$\{b_n\}$是公比大于 0 的等比数列,$b_1=4,b_3-b_2=48$.

(1)求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式;

(2)记$c_n=b_{2n}+\frac{1}{b_n},n\in\mathbf{N}^*$,证明:$\{c_n^2-c_{2n}\}$是等比数列.

11.(2021 山东聊城市二模)已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,数列$\{b_n\}$为等比数列,满足$a_1=b_2=2,S_5=30,b_4+2$是b_3与b_5的等差中项.

(1)求数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的通项公式;

(2)从数列$\{a_n\}$中去掉数列$\{b_n\}$的项后余下的项按原来的顺序组成数列$\{c_n\}$,设数列$\{c_n\}$的前n项和为T_n,求T_{60}.