江苏省仪征中学2022-2023学年度第二学期高三数学学科导学案
递推数列

研制人：　姜业锋　　审核人：陈宏强

班级：______________姓名：______________学号：__________授课日期：

【考情分析】

递推数列常与数列的综合应用一起考查,常以解答题的形式出现,有时与函数、不等式综合在一起考查,难度中等偏上.

【真题感悟】

1.(2021新高考全国Ⅰ卷)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_{n+1}=\begin{cases}a_n+1,n为奇数,\\a_n+2,n为偶数.\end{cases}$

(1)记$b_n=a_{2n}$,写出b_1,b_2,并求数列$\{b_n\}$的通项公式;

(2)求$\{a_n\}$的前20项和.

2.(2021八省联合演练)已知各项都为正数的数列$\{a_n\}$满足$a_{n+2}=2a_{n+1}+3a_n$.

(1)证明:数列$\{a_n+a_{n+1}\}$为等比数列;

(2)若$a_1=\frac{1}{2},a_2=\frac{3}{2}$,求$\{a_n\}$的通项公式.

【典例导引】

例1.设数列$\{a_n\}$满足$a_1=3,a_{n+1}=3a_n-4n$.

(1)计算a_2,a_3,猜想$\{a_n\}$的通项公式并加以证明;

(2)求数列$\{2^na_n\}$的前n项和S_n.

例 2.(2021 全国乙卷)记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,b_n为数列$\{S_n\}$的前n项积,已知$\frac{2}{S_n}+\frac{1}{b_n}=2$.

(1)证明:数列$\{b_n\}$是等差数列;

(2)求$\{a_n\}$的通项公式.

例 3.(2022 湖北武汉市模拟预测)已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=3$且$a_{n+1}=2a_n-n+1(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求证:数列$\{a_n-n\}$为等比数列;

(2)求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n.

例 4.(2021 河北唐山市三模)若数列$\{a_n\}$及$\{b_n\}$满足$\begin{cases}a_{n+1}=a_n+\frac{1}{3}b_n,\ n\in\mathbf{N}^*,\\b_{n+1}=3a_n+b_n+3, n\in\mathbf{N}^*,\end{cases}$且$a_1=1, b_1=6$.

(1)证明:$b_n=3a_n+3(n\in\mathbf{N}^*)$;

(2)求数列$\{b_n\}$的通项公式.

江苏省仪征中学2022-2023学年度第二学期高三数学学科作业
递推数列

研制人：　姜业峰　　审核人：陈宏强

班级：__________ 姓名：__________学号：________时长：60分钟

1.(2021湖南衡阳市三模)数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,对任意的$n\in\mathbf{N}^*$都有$a_{n+1}=1+a_n+n$,则$a_{10}=$(　　)

A.54　　B.55　　C.56 `　　D.57

2.(2021 河北保定市三模)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_n+a_{n+1}=\left(\frac{1}{4}\right)^n(n\in\mathbf{N}^*)$,$S_n=a_1+4a_2+4^2a_3+\cdots+4^{n-1}a_n$,则$5S_n-4^na_n=$(　　)

A.$n-1$　　B.n　　C.$2n$　　D.n^2

3.(2021 河北保定市三模)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+2}(n\in\mathbf{N}^*)$,若$b_{n+1}=(n-2\lambda)\cdot\left(\frac{1}{a_n}+1\right)(n\in\mathbf{N}^*)$,$b_1=-\lambda$,且数列$\{b_n\}$是单调递增数列,则实数$\lambda$的取值范围是(　　)

A.$\lambda>\frac{2}{3}$　　B.$\lambda>\frac{3}{2}$　　C.$\lambda<\frac{2}{3}$　　D.$\lambda<\frac{3}{2}$

4.某摊主2022年4月初向银行借了免息贷款8000元,用于进货,因质优价廉,供不应求,据测算:每月获得的利润是该月初投人资金的20%,每月底扣除生活费800元,余款作为资金全部用于下月再进货,如此继续,预计到2023年3月底该摊主的年所得收入为(参考数据:$1.2^{11}=7.5,1.2^{12}=9$) (　　)

A.24000元　　B.26000元　　C.30000元　　D.32000元

5.(多选题)(2022 广东惠州市二模)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=-2,\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{2n}{n-1}(n\geqslant 2.n\in\mathbf{N}^*)$,数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$,则(　　)

A.$a_2=-8$　　B.$a_n=-2^n\cdot n$　　C.$S_3=-30$　　D.$S_n=(1-n)\cdot 2^{n+1}-2$

6.(多选题)已知数列$\{a_n\}$满足,$a_1=1$,$a_{n+1}=\begin{cases}a_n-2^n,n为奇数,\\a_n+2^{n+1},n为偶数,\end{cases}$则下列说法正确的是(　　)

A.$a_3=7$　　B.$a_{2021}=2^{2021}$　　C.$a_{2n+2}=a_{2n}$　　D.$3S_{2n+1}=2^{2n+3}-6n-5$

7.(2022河南焦作市期末)已知数列$\{a_n\}$是递增数列,且满足$a_{n+1}=2a_n+1$,且a_1的取值范围是______.

8.(2022 山东日照市二模)已知数列$\{a_n\}$中,$a_2=2$,对任意$k\in\mathbf{N}^*$,a_{2k},a_{2k+1},a_{2k+2}成等差数列,公差为$2k+1$,则$a_{101}=$__________.

9.(2021山东威海市二模)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{3}{2},a_n=\frac{n}{n-1}a_{n-1}-\frac{n}{2^n}$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,求满足$S_n<12$的所有正整数n的取值集合.

10.(2022 山东烟台市三模)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=4,a_{n+1}=\begin{cases}\frac{1}{2}a_n+n,n=2k-1\\a_n-2n,n=2k\end{cases}(k\in\mathbf{N}^*)$.

(1)记$b_n=a_{2n}-2$,证明:数列$\{b_n\}$为等比数列,并求$\{b_n\}$的通项公式;

(2)求数列$\{a_n\}$的前$2n$项和S_{2n}.

11.已知S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和,且$a_1=1,a_n+a_{n+1}=2n+1$.

(1)求数列$\{a_n-n\}$的通项公式;

(2)记$b_n=\begin{cases}2^{a_n}，n为奇数，\\a_n，n为偶数，\end{cases}$求数列$\{b_n\}$的前$2n$项和$T_n$.