

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学二轮复习导学案

1. 三角函数的图象与性质

研制人：雷成才 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 授课日期：_____

【考情分析】

三角函数的图象与性质是新高考考查的热点内容,高考对此部分内容的命题主要集中于三角函数的定义、图象与性质,主要考查图象的变换、函数的单调性、奇偶性、周期性、对称性及最值,常与三角恒等变换交汇命题.主要以选择题、填空题的形式考查,难度为中等或偏下.

【真题感悟】

1.(2022 浙江卷)为了得到函数 $y = 2\sin 3x$ 的图象,只要把函数 $y = 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right)$ 图象上所有的点()

- A.向左平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位长度 B.向右平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位长度
C.向左平移 $\frac{\pi}{15}$ 个单位长度 D.向右平移 $\frac{\pi}{15}$ 个单位长度

2.(2022 新高考全国 I 卷)记函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right) + b(\omega > 0)$ 的最小正周期为 T .若 $\frac{2\pi}{3} < T < \pi$,且 $y = f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\right)$ 中心对称,则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = ()$

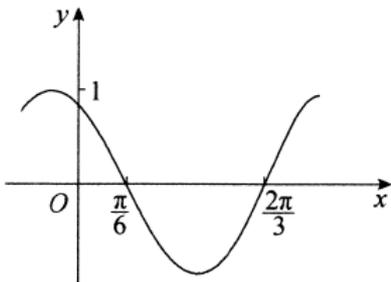
- A.1 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D.3

3.(多选题)(2022 新高考全国 II 卷)函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)(0 < \varphi < \pi)$ 的图象以 $\left(\frac{2\pi}{3}, 0\right)$ 中心对称,则()

- A. $y = f(x)$ 在 $\left(0, \frac{5\pi}{12}\right)$ 上单调递减 B. $y = f(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}\right)$ 上有 2 个极值点
C.直线 $x = \frac{7\pi}{6}$ 是一条对称轴 D.直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{2} - x$ 是一条切线

4.(多选题)下图是函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图象,则 $\sin(\omega x + \varphi) = ()$

- A. $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
B. $\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$
C. $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$
D. $\cos\left(\frac{5\pi}{6} - 2x\right)$



【典例导引】

例 1. (1)(2022 全国甲卷)将函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)(\omega > 0)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度后得到曲线 C ,若 C 关于 y 轴对称,则 ω 的最小值是()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

(2)(2022 全国甲卷·理科)设函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ 在区间 $(0, \pi)$ 恰有三个极值点、两个零点,则 ω 的取值范围是()

- A. $\left[\frac{5}{3}, \frac{13}{6}\right)$ B. $\left[\frac{5}{3}, \frac{19}{6}\right)$ C. $\left(\frac{13}{6}, \frac{8}{3}\right]$ D. $\left(\frac{13}{6}, \frac{19}{6}\right]$

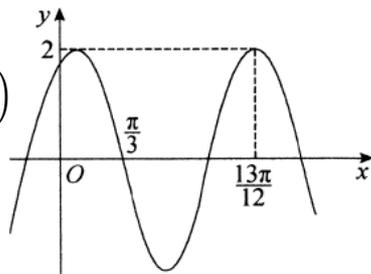
(3)(2021 全国甲卷)已知函数 $f(x) = 2\cos(\omega x + \varphi)$ 的部分

图象如图所示,则满足条件 $(f(x) - f(-\frac{7\pi}{4}))(f(x) - f(\frac{4\pi}{3}))$

> 0 的最小正整数 $x =$ _____.

(4)若函数 $f(x) = \sin(x + \varphi) + \cos x$ 的最大值为2,则常数 φ

的一个取值为_____.



例 2.(2021 浙江卷)设函数 $f(x) = \sin x + \cos x(x \in \mathbf{R})$.

(1)求函数 $y = [f(x + \frac{\pi}{2})]^2$ 的最小正周期;

(2)求函数 $y = f(x)f(x - \frac{\pi}{4})$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值.

例 3.(2022 山东临沂市二模)在 ① $x = \frac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)$ 图象的一条对称轴; ② $\frac{\pi}{12}$ 是函数 $f(x)$ 的一个零点;
③函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上单调递增,且 $b - a$ 的最大值为 $\frac{\pi}{2}$. 这三个条件中任选一个,补充在下面问题中,并解答.

已知函数 $f(x) = 2\sin\omega x \cos(\omega x - \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{2}(0 < \omega < 2)$,____,求 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上的单调递减区间.

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

例 4. (2021 秋江苏无锡市期中)在①、②两个条件中任取一个填入下面的横线上,并完成解答.

①在 $(0, 2\pi)$ 上有且仅有 4 个零点;②在 $(0, 2\pi)$ 上有且仅有 2 个极大值点和 2 个极小值点.

设函数 $f(x) = \sin(\frac{\omega x}{2} + \frac{\pi}{3})(\omega \in \mathbf{N}^*)$,且满足_____.

(1)求 ω 的值;

(2)将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到函数 $g(x)$ 的图象,求 $g(x)$ 在 $(0, 2\pi)$ 上的单调递减区间.

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科作业

1. 三角函数的图象与性质

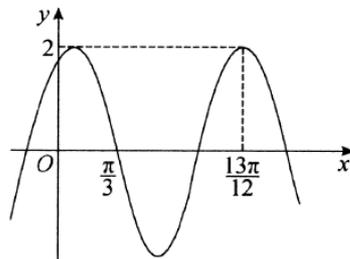
研制人：雷成才 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时长：60 分钟

- 1.(2022 北京卷)已知函数 $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$,则()
- A. $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6})$ 上单调递减
B. $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{12})$ 上单调递增
C. $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{3})$ 上单调递减
D. $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{12})$ 上单调递增
- 2.(2021 湖北武汉市一模)已知函数 $f(x) = 2\sin x$,为了得到函数 $g(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象,只需()
- A.先将函数 $f(x)$ 图象上点的横坐标变为原来的 2 倍,再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
B.先将函数 $f(x)$ 图象上点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$,再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
C.先将函数 $f(x)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度,再将点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$
D.先将函数 $f(x)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度,再将点的横坐标变为原来的 2 倍
- 3.(2021 河北邯郸市一模)函数 $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{24}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象,对于函数 $g(x)$,下列说法不正确的是()
- A. $g(x)$ 的最小正周期为 π
B. $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{5\pi}{24}$ 对称
C. $g(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 上单调递增
D. $g(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{13\pi}{24}, 0)$ 对称
- 4.(2021 秋湖北月考)将函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{6})$ ($3 < \omega < 6$)的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后,得到函数 $g(x)$ 的图象,若 $g(x)$ 为偶函数,则 $\omega =$ ()
- A.5
B. $\frac{11}{2}$
C.4
D. $\frac{7}{2}$
- 5.(多选题)(2022 湖北武汉市二模)已知点 $(\frac{\pi}{6}, 0)$ 是函数 $f(x) = 2\sin(\omega x - \frac{\pi}{3})$ 图象的一个对称中心,其中 ω 为常数,且 $\omega \in (0, 3)$,则以下结论正确的是()
- A.函数 $f(x)$ 的最小正周期为 2π
B.将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位所得的图象关于y轴对称
C.函数 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最小值为 $-\sqrt{3}$
D.若 $\frac{\pi}{2} < x_1 < x_2 < \pi$,则 $f(x_1) > f(x_2)$
- 6.(多选题)(2021 山东青岛市一模)已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$)图象的两条相邻的对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}, f(\frac{\pi}{6}) = 1$,下列结论正确的是()
- A. $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$
B.将函数 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $y = \sin 2x$ 的图象
C.当 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时,函数 $f(x)$ 有且只有一个零点

D. 函数 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{6}]$ 上单调递增

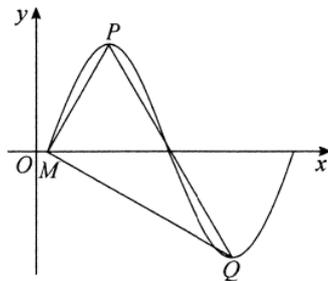
7. (2022 全国乙卷 · 理科) 记函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的最小正周期为 T , 若 $f(T) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x = \frac{\pi}{9}$ 为 $f(x)$ 的零点, 则 ω 的最小值为_____.



8. (2021 全国甲卷) 已知函数 $f(x) = 2\cos(\omega x + \varphi)$ 的部分图象

如图所示, 则 $f(\frac{\pi}{2}) =$ _____.

9. (2022 山东泰安市质检) 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 在一个周期内的图象如图所示, 其中点 P, Q 分别是图象的最高点和最低点, 点 M 是图象与 x 轴的交点, 且 $MP \perp MQ$. 若 $f(\frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 $\tan\varphi$ 的值.



10. (2022 山东泰安市三模) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}\sin(2\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到 $g(x)$ 的图象, $g(x)$ 图象关于原点对称, 函数 $f(x)$ 的图象相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$.

(1) 求 $f(\frac{\pi}{4})$;

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上的单调递减区间.

11. (2022 广东深圳市三模) 已知函数 $f(x) = 3\sin(2x + \varphi)$ ($-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$) 同时满足下列 3 个条件中的 2 个. 3 个条件依次是: ① $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称; ② 当 $x = \frac{5\pi}{12}$ 时, $f(x)$ 取得最大值; ③ 0 是函数 $y = f(x) + \frac{3}{2}$ 的一个零点.

(1) 试写出满足题意的 2 个条件的序号, 并说明理由;

(2) 求函数 $g(x) = f(x) + 6\cos^2 x$ 的值域.