

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学二轮复习导学案

4. 平面向量

研制人：鲁媛媛 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 授课日期：_____

【考情分析】

平面向量是高考数学必考知识点,一般以客观题形式考查,热点是平面向量的线性运算及平面向量的数量积,可以是容易题,也可以是中档题,中档题常与平面几何、不等式等知识交汇.在解答题中常与三角函数、直线和圆锥曲线的位置关系问题相结合,主要以条件的形式出现,或作为解决角(特别是垂直)与定比分点等的工具,涉及向量共线、数量积等.平面向量在解答题中一般为中等难度.

【真题感悟】

1.(2022 新高考全国 I 卷)在 $\triangle ABC$ 中,点 D 在边 AB 上, $BD = 2DA$.记 $\overrightarrow{CA} = \mathbf{m}$, $\overrightarrow{CD} = \mathbf{n}$,则 $\overrightarrow{CB} =$ ()
A. $3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ B. $-2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ C. $3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ D. $2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$

2.(2022 全国乙卷·理科)已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = 1, |\mathbf{b}| = \sqrt{3}, |\mathbf{a} - 2\mathbf{b}| = 3$,则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ ()
A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

3.(2022 北京卷)在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 3, BC = 4, \angle C = 90^\circ$. P 为 $\triangle ABC$ 所在平面内的动点,且 $PC = 1$,则 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的取值范围是()
A. $[-5, 3]$ B. $[-3, 5]$ C. $[-6, 4]$ D. $[-4, 6]$

4.(多选题)(2021 新高考全国 I 卷)已知 O 为坐标原点,点 $P_1(\cos \alpha, \sin \alpha), P_2(\cos \beta, -\sin \beta), P_3(\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta)), A(1, 0)$,则()
A. $|\overrightarrow{OP_1}| = |\overrightarrow{OP_2}|$ B. $|\overrightarrow{AP_1}| = |\overrightarrow{AP_2}|$ C. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_3} = \overrightarrow{OP_1} \cdot \overrightarrow{OP_2}$ D. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_1} = \overrightarrow{OP_2} \cdot \overrightarrow{OP_3}$

【典例导引】

例 1.(1) (2022 新高考全国 II 卷)已知 $\mathbf{a} = (3, 4), \mathbf{b} = (1, 0), \mathbf{c} = \mathbf{a} + t\mathbf{b}$,若 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{c} \rangle = \langle \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$,则 $t =$ ()
A. -6 B. -5 C. 5 D. 6

(2)(2022 山东潍坊市三模)已知 \mathbf{a}, \mathbf{b} 是平面内两个不共线的向量, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}, \overrightarrow{AC} = \mu\mathbf{a} + \mathbf{b}, \lambda, \mu \in \mathbf{R}$,则 A, B, C 三点共线的充要条件是()

A. $\lambda - \mu = 1$ B. $\lambda + \mu = 2$ C. $\lambda\mu = 1$ D. $\frac{\lambda}{\mu} = 1$

(3)(2021 新高考全国 II 卷)已知向量 $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}, |\mathbf{a}| = 1, |\mathbf{b}| = |\mathbf{c}| = 2, \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{a} =$

_____.

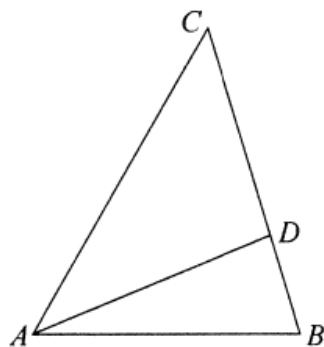
例 2.已知 P 是边长为 2 的正六边形 $ABCDEF$ 内的一点,则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的取值范围是()

A. $(-2, 6)$ B. $(-6, 2)$ C. $(-2, 4)$ D. $(-4, 6)$

例 3.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{DB}$.

(1)若 $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AC} + y\overrightarrow{BC}$ ($x, y \in \mathbf{R}$),求 x, y 的值;

(2)若 $AC = 2\sqrt{3}, BC = 3, \angle ACB = 30^\circ$,求 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值.



例 4.(2021 辽宁丹东市五校联考)已知圆 $C: (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

(1)设直线 $l: y = x + n$ 与圆 C 相交于 A, B 两点.若 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 2$,求实数 n 的值;

(2)若点 M 在以坐标原点为圆心,以 1 为半径的圆上,距离为 4 的两点 P, Q 在圆 C 上,求 $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ}$ 的最小值.

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学二轮复习作业

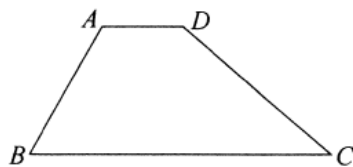
4. 平面向量

研制人：鲁媛媛 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时长：60 分钟

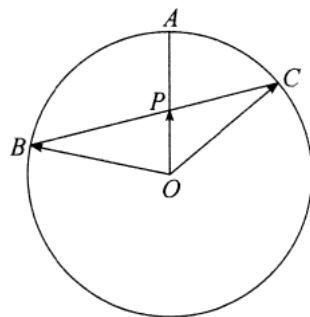
- (2021 浙江卷) 已知非零向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, 则“ $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$ ”是“ $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ ”的()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
- (2021 八省联合演练) 已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$, 若向量 $\mathbf{c} = \sqrt{7}\mathbf{a} + \sqrt{2}\mathbf{b}$, 则 $\sin \langle \mathbf{a}, \mathbf{c} \rangle =$ ()
 A. $\frac{\sqrt{7}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{9}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{9}$
- (2022 海南华侨中学模拟预测) 已知不共线的平面向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 两两所成的角相等, 且 $|\mathbf{a}| = 1, |\mathbf{b}| = 4, |\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}| = \sqrt{7}$, 则 $|\mathbf{c}| =$ ()
 A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 3 D. 2 或 3
- (2022 江苏苏州市模拟预测) 在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{3}$, 点 D 在线段 AB 上, 点 E 在线段 AC 上, 且满足 $2AD = DB = 2, AE = EC = 2, CD$ 交 BE 于 F , 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$, 则 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BC} =$ ()
 A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{17}{5}$ C. $\frac{29}{5}$ D. $\frac{32}{5}$
- (多选题)(2021 山东济南市三模) 在 $\triangle ABC$ 中, M 是 BC 的中点, 若 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$, 则 $|\overrightarrow{AM}| =$ ()
 A. $\frac{1}{2}|\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ B. $\frac{1}{2}|\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ C. $\frac{1}{2}\sqrt{2(\mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2) - (\mathbf{a} - \mathbf{b})^2}$ D. $\frac{1}{2}\sqrt{\mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2}$
- (多选题)(2021 河北张家口市二模) 已知 \mathbf{a}, \mathbf{b} 是平面内夹角为 $\frac{\pi}{3}$ 的两个单位向量, \mathbf{c} 在该平面内, 且 $(\mathbf{a} - \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{c}) = 0$, 则下列结论正确的有()
 A. $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = 1$ B. $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = 1$ C. $|\mathbf{c}| < \sqrt{3}$ D. $\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 的夹角是钝角
- (2022 全国甲卷 · 理科) 设向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 的夹角的余弦值为 $\frac{1}{3}$, 且 $|\mathbf{a}| = 1, |\mathbf{b}| = 3$, 则 $(2\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{b} =$ _____.

- (2022 山东青岛三模) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = 60^\circ, AB = 3, BC = 6$, 且 $\overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{3}{2}$, 则实数 λ 的值为 _____.

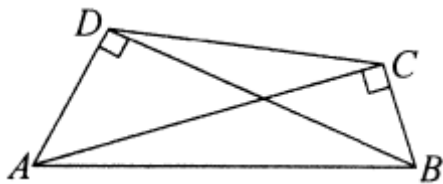


- 如图, 圆 O 的半径为 2, 点 P 是圆 O 的一条半径 OA 的中点, BC 是圆 O 过点 P 的动弦.

- 当 P 是 BC 的中点时, 求 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ 的值;
- 若 $\overrightarrow{OP} = \lambda \overrightarrow{OB} + \mu \overrightarrow{OC}, \lambda, \mu \in \mathbf{R}$, 且 $BP = 2PC$.
 ① λ, μ 的值;
 ② 求 $\cos \angle BOC$ 的值.



10. 已知平面四边形 $ABCD$ 中, $AD \perp BD$, $AC \perp BC$,且 $AD = 2$, $AC = 5$,求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC}$ 的值.



11. (2021 河北邯郸市一模改编) 设 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$ 的两个焦点, O 为坐标原点,点 P 在 C 的左

支上,且 $\frac{\overrightarrow{OF_1} \cdot \overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|} + \frac{\overrightarrow{F_1P} \cdot \overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|} = 2\sqrt{3}$,求 $\triangle PF_1F_2$ 的面积.