

# 江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学二轮复习导学案

## 2. 三角恒等变换及三角形背景下的求值与最值问题

研制人：冯杰      审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 授课日期：\_\_\_\_\_

### 【考情分析】

三角恒等变换的化简与求值是新高考的热点内容，其中关键是利用两角和与差、二倍角的正弦、余弦、正切公式等进行恒等变换，“角”的变换是三角恒等变换的核心. 利用三角恒等变换作为工具，将三角函数与解三角形相结合求解最值、范围问题是高考的命题热点. 单独考查可出现在选择题、填空题中，综合考查以解答题为主，中等难度.

### 【真题感悟】

1.(2022 新高考全国 II 卷)角  $\alpha, \beta$  满足  $\sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + \beta) = 2\sqrt{2}\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)\sin\beta$ , 则( )

- A.  $\tan(\alpha + \beta) = 1$     B.  $\tan(\alpha + \beta) = -1$     C.  $\tan(\alpha - \beta) = 1$     D.  $\tan(\alpha - \beta) = -1$

2.(2021 全国甲卷)若  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$ , 则  $\tan \alpha =$  ( )

- A.  $\frac{\sqrt{15}}{15}$                   B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                   C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                   D.  $\frac{\sqrt{15}}{3}$

3.(2021 新高考全国 I 卷)若  $\tan \theta = -2$ , 则  $\frac{\sin \theta(1 + \sin 2\theta)}{\sin \theta + \cos \theta} =$  ( )

- A.  $-\frac{6}{5}$                   B.  $-\frac{2}{5}$                   C.  $\frac{2}{5}$                   D.  $\frac{6}{5}$

4. (2022 浙江卷改编)若  $3\sin \alpha - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sqrt{10}$ , 则  $\sin \alpha =$  \_\_\_\_\_.

### 【典例导引】

例 1. (1)若  $\tan \alpha = 2 \tan \frac{\pi}{5}$ , 则  $\frac{\cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{10}\right)}{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{5}\right)} =$  ( )

- A. 1                  B. 2                  C. 3                  D. 4

(2)设  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $\beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ , 且  $\tan \alpha = \frac{1 + \sin \beta}{\cos \beta}$ , 则( )

- A.  $3\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$                   B.  $2\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$                   C.  $3\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$                   D.  $2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

(3)计算  $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3}\tan 20^\circ \tan 40^\circ =$  \_\_\_\_\_.

例 2. (2021 天津卷)在 $\triangle ABC$ 中,角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,已知 $\sin A: \sin B: \sin C = 2: 1: \sqrt{2}$ ,  $b = \sqrt{2}$ .

(1)求 $a$ 的值;

(2)求 $\cos C$ 的值;

(3)求 $\sin\left(2C - \frac{\pi}{6}\right)$ 的值.

例 3. (2021 山东临沂市二模)在 $\triangle ABC$ 中,角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ .已知 $a = 3, c = \sqrt{2}, B = 45^\circ$ .

(1)求 $\sin C$ 的值;

(2)在边 $BC$ 上取一点 $D$ ,使得 $\cos \angle ADC = -\frac{4}{5}$ ,求 $\tan \angle DAC$ 的值.

例 4. (2022 湖南长沙市长郡中学试题)锐角 $\triangle ABC$ 中,角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,且 $\frac{a}{c \cos B} = \tan B + \tan C$ .

(1)求角 $C$ 的大小;

(2)若边 $c = 2$ ,边 $AB$ 的中点为 $D$ ,求中线 $CD$ 长的取值范围.

# 江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学二轮复习作业

## 2. 三角恒等变换及三角形背景下的求值与最值问题

研制人：冯杰 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 时长：60 分钟

1. (2021 福建漳州市一模) 已知  $\sin\left(\theta - \frac{3\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 则  $\sin 2\theta \tan \theta =$  ( )

- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{4}{3}$                       C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

2. 已知  $\alpha \in (0, \pi)$ , 且  $3\cos 2\alpha - 8\cos \alpha = 5$ , 则  $\sin \alpha =$  ( )

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{5}}{9}$

3. (2021 河北邯郸市一模) 已知  $2\sin(\pi - \alpha) = 3\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ , 则  $\sin^2 \alpha - \frac{1}{2}\sin 2\alpha - \cos^2 \alpha =$  ( )

- A.  $\frac{5}{13}$                       B.  $-\frac{1}{13}$                       C.  $-\frac{5}{13}$                       D.  $\frac{1}{13}$

4. (2021 湖北十一校联考) 已知  $\theta \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ , 且  $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{4}{5}$ , 则  $\tan \theta =$  ( )

- A. 7                      B.  $\frac{4}{3}$                       C.  $\frac{1}{7}$                       D.  $\frac{12}{5}$

5. (多选题)(2021 湖北八市联考) 若  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且满足  $b + 2a\cos C = 0$ , 则下列结论正确的是( )

- A. 角  $C$  一定为锐角    B.  $a^2 + 2b^2 - c^2 = 0$     C.  $3\tan A + \tan C = 0$     D.  $\tan B$  的最小值为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. (多选题)(2022 河北唐山市一模) 已知  $\tan \theta = 2$ , 则下列结论正确的是( )

- A.  $\tan(\pi - \theta) = -2$     B.  $\tan(\pi + \theta) = -2$     C.  $\frac{\sin \theta - 3\cos \theta}{2\sin \theta + 3\cos \theta} = -\frac{1}{7}$     D.  $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$

7. 在  $\triangle ABC$  中,  $\sin A = \frac{3}{5}$ ,  $\cos B = \frac{5}{13}$ , 则  $\cos A =$  \_\_\_\_\_,  $\cos C =$  \_\_\_\_\_.

8. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\tan A + \tan B + 3\tan A \tan B = 3$ , 则  $\tan C$  的值为 \_\_\_\_\_.

9. (2022 湖北模拟)在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\cos A \sin\left(A + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(1)求 $A$ ;

(2)若 $\sin B + 2\cos B = 2$ ,求 $\tan C$ .

10. (2022 山东淄博市三模) $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ , $\cos\left(\frac{\pi}{3} - B\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} + B\right) = \frac{3}{4}$ ,

$$a + c = 2.$$

(1)求角 $B$ 的大小;

(2)求 $\triangle ABC$ 外接圆面积的最小值.

11.在锐角三角形 $ABC$ 中,角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,且 $2b\sin A - \sqrt{3}a = 0$ .

(1)求角 $B$ 的大小;

(2)求 $\cos A + \cos B + \cos C$ 的取值范围.