

江苏省仪征中学 2023 届高三年级第二学期迎一模热身训练 1

班级_____姓名_____日期_____评价_____

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{2, 3, 6\}$, $B = \{1, 3, 4\}$, 则 $A \cap (C_U B) = (\quad)$
A. $\{3\}$ B. $\{5, 6\}$ C. $\{2, 6\}$ D. $\{1, 3\}$
2. 若复数 z 满足 $z(1+i) = |\sqrt{3}-i|$, 则在复平面内 z 的共轭复数对应的点位于()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 设甲:实数 $a < 3$; 乙:方程 $x^2 + y^2 - x + 3y + a = 0$ 是圆. 则甲是乙的() 条件
A. 充分不必要 B. 必要不充分 C. 充要 D. 既不充分又不必要
4. 已知 $\cos\theta + \cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = 1$, 则 $\cos(2\theta + \frac{\pi}{3}) = (\quad)$
A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
5. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 且 $4a_1, 2a_2, a_3$ 成等差数列, 则 $\frac{a_n}{n} (n \in \mathbf{N}^*)$ 的最小值为()
A. $\frac{16}{25}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1
6. “总把新桃换旧符”(王安石)、“灯前小草写桃符”(陆游), 春节是中华民族的传统节日, 在宋代人们用写“桃符”的方式来祈福避祸, 而现代人们通过贴“福”字、贴春联、挂灯笼等方式来表达对新年的美好祝愿, 某商家在春节前开展商品促销活动, 顾客凡购物金额满 80 元, 则可以从“福”字、春联和灯笼这三类礼品中任意免费领取一件, 若有 5 名顾客都领取一件礼品, 则他们中恰有 3 人领取的礼品种类相同的概率是()
A. $\frac{140}{243}$ B. $\frac{40}{243}$ C. $\frac{20}{81}$ D. $\frac{40}{81}$
7. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 用空间中与该正方体所有棱成的角都相等的平面 α 去截正方体, 在截面边数最多时的所有多边形中, 多边形截面的面积为 S , 周长为 l , 则()
A. S 为定值, l 不为定值 B. S 不为定值, l 为定值 C. S 与 l 均为定值 D. S 与 l 均不为定值
8. 对于任意 $x > 0$ 都有 $x^x - ax \ln x \geq 0$, 则 a 的取值范围为()
A. $[0, e]$ B. $[-e^{1-\frac{1}{e}}, e]$ C. $(-\infty, -e^{1-\frac{1}{e}}] \cup [e, +\infty)$ D. $(-\infty, e]$

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 已知向量 $\mathbf{a} = (3, -1)$, $\mathbf{b} = (1, -2)$, 则下列结论正确的是()
A. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 5$ B. $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = \sqrt{5}$ C. $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\pi}{4}$ D. $\mathbf{a} = \lambda \mathbf{b}$
10. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 下列结论正确的是()
A. $a = 2, A = 30^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的外接圆半径是 4
B. 若 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\sin B}$, 则 $A = 45^\circ$

C.若 $a^2 + b^2 < c^2$,则 $\triangle ABC$ 一定是钝角三角形

D.若 $A < B$,则 $\cos A < \cos B$

11.已知双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$.直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x + c)$ 与双曲线左、右两支分别交于 A, B 两点, M 为线段 AB 的中点,且 $|AB| = 4$,则下列说法正确的有()

A.双曲线的离心率为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

B. $\overrightarrow{F_2F_1} \cdot \overrightarrow{F_2M} = \overrightarrow{F_2A} \cdot \overrightarrow{F_2M}$

C. $\overrightarrow{F_2F_1} \cdot \overrightarrow{F_2M} = \overrightarrow{F_1F_2} \cdot \overrightarrow{F_1M}$

D. $|F_1M| = |F_2A|$

12.已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x + 2, & -2 \leq x \leq 1, \\ \ln x - 1, & 1 < x \leq e, \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x) = m$ 恰有两个不同解 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$,则

$(x_2 - x_1)f(x_2)$ 的取值可能是()

A.-3

B.-1

C.0

D.2

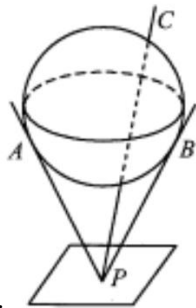
三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13.若函数 $f(x) = 2^x + \frac{a}{2^x}$ 是偶函数,则 $f(1) =$ _____.

14.若 $x^8 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \dots + a_8(x+1)^8$,则 $a_3 =$ _____.

15.已知点 P 是抛物线 $y^2 = 4x$ 上的一个动点,则点 P 到点 $(0, \sqrt{3})$ 的距离与 P 到 y 轴的距离之和的最小值为_____.

16.将一个半径为5cm的水晶球放在如图所示的工艺架上,支架是由三根金属杆 PA, PB, PC 组成,它们两两成 60° 角,则水晶球的球心到支架 P 的距离是_____cm.



四、解答题: 本题共3小题,每小题12分,共36分.

17.在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$,其前 n 项和为 S_n ,且满足 $a_n(2S_n - 1) = 2S_n^2 (n \in \mathbf{N}^*, n \geq 2)$.

(1)求证:数列 $\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$ 是等差数列;

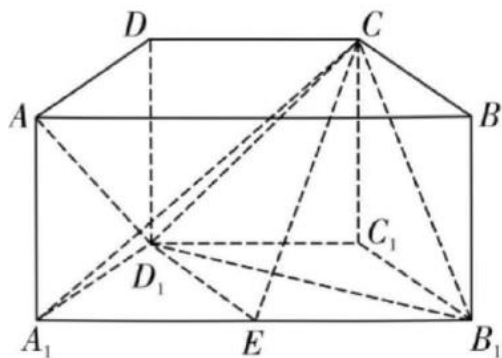
(2)证明:当 $n \geq 2$ 时, $S_1 + \frac{1}{2}S_2 + \frac{1}{3}S_3 + \dots + \frac{1}{n}S_n < \frac{3}{2}$.

18. 如图, 在直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $A_1B_1C_1D_1$ 是梯形, 且 $A_1B_1 // D_1C_1$, $A_1D_1 = D_1D = D_1C_1 = \frac{1}{2}A_1B_1 = 1$, $AD_1 \perp A_1C$, E 是棱 A_1B_1 的中点.

(1) 求证: $CD \perp AD$;

(2) 求点 C_1 到平面 CD_1B_1 的距离;

(3) 求二面角 $D_1 - CE - B_1$ 的余弦值.



19. 过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的对称轴上的定点 $M(m, 0) (m > 0)$, 作直线 AB 与抛物线相交于 A, B 两点.

(1) 证明: A, B 两点的纵坐标之积为定值;

(2) 若点 N 是定直线 $l: x = -m$ 上的任一点, 设直线 AN, MN, BN 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3 , 试探索 k_1, k_2, k_3 之间的关系, 并证明.

