

江苏省仪征中学2023届高三数学

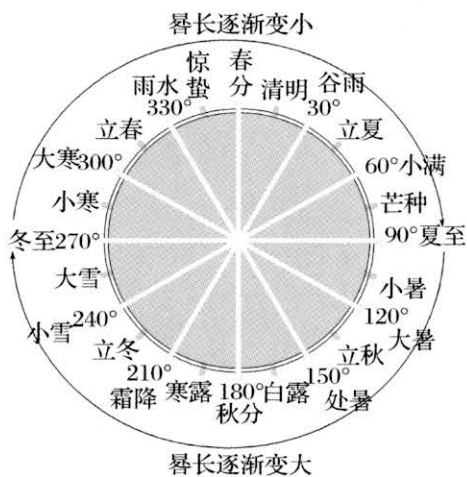
高考仿真卷(一)

班级_____ 姓名_____ 考号_____ 日期_____ 得分_____

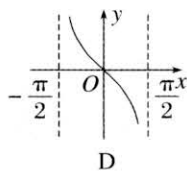
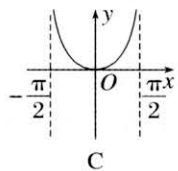
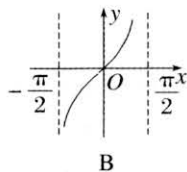
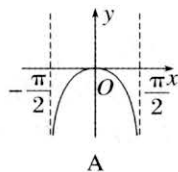
(时间:120分钟 满分:150分)

一、选择题(本大题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

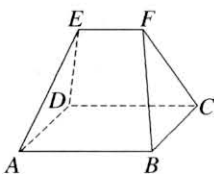
- (2022·吕梁模拟)已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, $B = \{x | \log_2 x < 2\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
A. $(-1, 4)$ B. $(-1, 3)$
C. $(0, 3)$ D. $(0, 4)$
- (2022·长春模拟)已知复数 z 的共轭复数 $\bar{z} = \frac{2+i}{3-i}$, 则复数 z 在复平面内对应的点位于 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- (2022·合肥模拟)我国天文学和数学著作《周髀算经》中记载:一年有二十四个节气,每个节气的晷长损益相同(晷是按照日影测定时刻的仪器,晷长即为所测量影子的长度).二十四节气及晷长变化如图所示,相邻两个节气晷长减少或增加的量相同,周而复始.已知每年冬至的晷长为一丈三尺五寸,夏至的晷长为一尺五寸(一丈等于十尺,一尺等于十寸),则说法不正确的是 ()



- 相邻两个节气晷长减少或增加量为一尺
 - 春分和秋分两个节气的晷长相同
 - 立春的晷长与立秋的晷长相同
 - 立冬的晷长为一丈五寸
- (2022·重庆调研)函数 $y = \ln \cos x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$ 的图象是 ()



- (2022·邯郸模拟) $(2-x^2)\left(1+\frac{1}{x}\right)^6$ 展开式中的常数项为 ()
A. -15 B. -13 C. 13 D. 15
- (2022·郑州模拟)如图,在五面体 $ABCDEF$ 中,四边形 $ABCD$ 是正方形, $AB=4$, $EF=2$, $\triangle BCF$, $\triangle ADE$ 都是等边三角形,则五面体 $ABCDEF$ 的体积为 ()
A. $\frac{4\sqrt{11}}{3}$ B. $\frac{20\sqrt{11}}{3}$
C. $\frac{8\sqrt{11}}{3}$ D. $4\sqrt{11}$
- (2022·荆州模拟)甲、乙两人各有一个袋子,且每人袋中均装有除颜色外其他完全相同的2个红球和2个白球,每人从各自袋中随机取出一个球,若2个球同色,则甲胜,且将取出的2个球全部放入甲的袋子中;若2个球异色,则乙胜,且将取出的2个球全部放入乙的袋子中.则两次取球后,甲的袋子中恰有6个球的概率是 ()
A. $\frac{7}{30}$ B. $\frac{7}{15}$ C. $\frac{7}{60}$ D. $\frac{1}{20}$
- (2022·成都模拟)已知双曲线 $x^2 - y^2 = a^2 (a > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过点 F_2 作斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线交双曲线的右支于 A, B 两点,则 $\triangle AF_1B$ 的内切圆半径为 ()
A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{a}{6}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ D. $\frac{\sqrt{6}}{6}a$



二、选择题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求的.全部选对得 5 分,部分选对得 2 分,有选错的得 0 分)

9. (2022 · 洛阳模拟)已知 $m > n$, 且 $m + n > 1$, 则 ()

- A. $2^m > 2^n$ B. $m^2 > n^2$
 C. $m^2 - m < n^2 - n$ D. $\ln|m| + \ln|n| > 0$

10. (2022 · 淄博模拟)某人投掷骰子 5 次,由于记录遗失,只有数据平均数为 3 和方差不超过 1,则这 5 次点数中 ()

- A. 众数可为 3 B. 中位数可为 2
 C. 极差可为 2 D. 最大点数可为 5

11. (2022 · 高邮模拟)已知函数 $f(x) = \sin(3x + \varphi)$ ($-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称,那么 ()

- A. 函数 $f(x - \frac{\pi}{24})$ 为奇函数

B. 函数 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{24}, \frac{5\pi}{24}]$ 上单调递增

C. 若 $|f(x_1) - f(x_2)| = 2$, 则 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{3}$

D. 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{3\pi}{8}$ 个单位长度得到函数 $y = -\cos 3x$ 的图象

12. (2022 · 徐州模拟)已知函数 $f(x) = xe^x$, 则 ()

A. 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 $y = x$

B. 函数 $f(x)$ 的极小值为 $-e$

C. 当 $\frac{2}{3e^2} \leq a < \frac{1}{2e}$ 时, $f(x) < a(x-1)$ 仅有一个整数解

D. 当 $2e < a \leq \frac{3e^2}{2}$ 时, $f(x) < a(x-1)$ 仅有一个整数解

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

三、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. (2022 · 淮安模拟)已知平面向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $|\mathbf{b}| = \sqrt{10}$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$, 则 $\cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle =$ _____.

14. (2022 · 蚌埠模拟)国家发展改革委为贯彻落实《长三角一体化发展规划“十四五”实施方案》有关部署,制定沪苏浙城市结对合作一对一帮扶皖北城市工作计划,帮扶城市(区)包括上海市 3 个区、江苏省 3 个市、浙江省 2 个市,受帮扶城市包括安徽省淮北市、亳州市、宿州市、蚌埠市、阜阳市、淮南市、滁州市、六安市共 8 个市,则帮扶方案中上海市 3 个区没有被安排帮扶蚌埠市、阜阳市、滁州市的方法种数为 _____.(用数字作答)

15. (2022 · 济宁模拟)已知点 A 是焦点为 F 的抛物线 $\Gamma: y^2 = 4x$ 上的动点,且不与坐标原点 O 重合,线段 OA 的垂直平分线交 x 轴于点 B . 若 $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{CF}$, 则 $|AB| - |AC| =$ _____.

16. (2022 · 哈尔滨模拟)已知 $m > 0$, 若对任意的 $x \in [1, +\infty)$, 不等式 $2^{mx-1} - \frac{1}{m} \log_4 x \geq 0$ 恒成立, 则 m 的最小值为 _____.

四、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10 分)(2022 · 秦皇岛模拟)已知递增的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + a_4 + a_6 + a_8 = 36$, 且 a_8 是 a_5 与 a_{13} 的等比中项.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 S_n .

18. (12分)(2022·兰州模拟)重楼,中药名,具有清热解毒、消肿止痛、凉肝定惊之功效,具有极高的药用价值.近年来,随着重楼的药用潜力被不断开发,野生重楼资源已经满足不了市场的需求,巨大的经济价值提升了家种重楼的热度,某机构统计了近几年某地家种重楼年产量 y (单位:吨),统计数据如表所示.

年份	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
年份代码 x	1	2	3	4	5	6	7
年产量 y /吨	130	180	320	390	460	550	630

- (1)根据表中的统计数据,求出 y 关于 x 的经验回归方程;
 (2)根据(1)中所求方程预测 2024 年该地家种重楼的年产量.

附:回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 中斜率和截距的最小二

乘估计公式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} =$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

19. (12分)(2022·深圳模拟)已知在锐角 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $c + a = b(\sqrt{3} \sin C + \cos C)$.

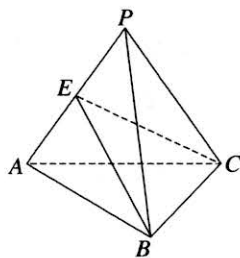
- (1)求 B ;
 (2)若 $a = 2$,求 c 的取值范围.

20. (12分)(2022·新余模拟)

如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中,已知 $PA = PB = PC = AB = AC$, E 是 PA 的中点.

- (1)求证:平面 $PAB \perp$ 平面 BCE ;

- (2)若 $BC = \frac{\sqrt{6}}{2} AB$,求平面 ABC 与平面 ABE 夹角的正弦值.



21. (12分)(2022·长沙模拟)已知离心率为 $\frac{1}{2}$ 的椭圆

$C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为

F_1, F_2, P 为椭圆上的一点, $\triangle PF_1F_2$ 的周长为6, 且 F_1 为抛物线 $C_2: y^2 = -2px (p > 0)$ 的焦点.

(1)求椭圆 C_1 与抛物线 C_2 的方程;

(2)过椭圆 C_1 的左顶点 Q 的直线 l 交抛物线 C_2 于 A, B 两点, 点 O 为原点, 射线 OA, OB 分别交椭圆于 C, D 两点, $\triangle OCD$ 的面积为 $S_1, \triangle OAB$ 的面积为 S_2 . 则是否存在直线 l 使得 $S_2 = \frac{13}{3}S_1$?

若存在, 求出直线 l 的方程; 若不存在, 请说明理由.

22. (12分)(2022·潍坊模拟)已知函数 $f(x) = e^x - ax - a, a \in \mathbf{R}$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调区间;

(2)当 $a=1$ 时, 令 $g(x) = \frac{2f(x)}{x^2}$.

①证明: 当 $x > 0$ 时, $g(x) > 1$;

②若数列 $\{x_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 满足 $x_1 = \frac{1}{3}, e^{x_{n+1}} = g(x_n)$, 证明: $2^n(e^{x_n} - 1) < 1$.