

高三数学小题训练增强版 (2)

班级 _____ 姓名 _____ 得分 _____ 日期 _____ 自我评价 _____

一、单项选择题:

1. 已知集合 $A = \{x \mid |x| < 4, x \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{y \mid y^2 > 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{-4, -3, 3, 4\}$ B. $\{-3, 3\}$ C. $\{3\}$ D. \emptyset

2. 已知复数 $z = a + (a - 4)i$ ($a \in \mathbf{R}$) (i 为虚数单位), 若 $|z| \leq 2\sqrt{2}$, 则实数 a 的值为 ()

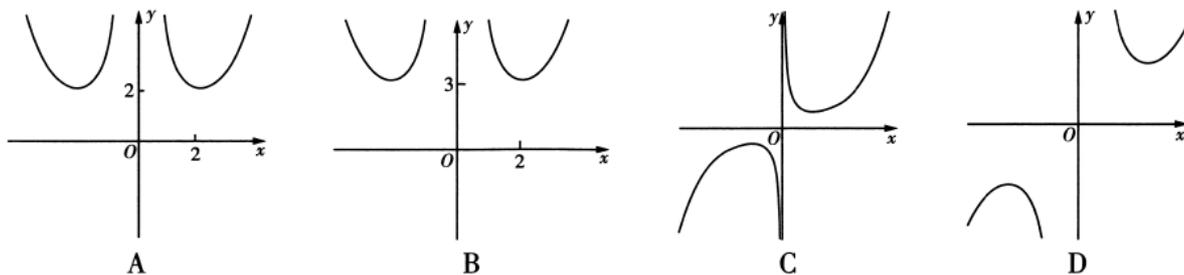
- A. -2 B. 0 C. 1 D. 2

3. 设备的经济寿命是指设备从投入使用开始到因继续使用在经济上不合理而被更新所经历的时间,

由维护费用的提高和使用价值的降低决定的. 设备的经济寿命有如下计算公式: $N_0 = \sqrt{\frac{2(P-L_N)}{\lambda}}$, 其中 N_0 为设备的经济寿命(单位: 年), P 为设备目前实际价值, L_N 为设备 N 年末的净残值, λ 为设备的低劣化值. 若有一台设备, 目前实际价值为 8000 元, 预计经济寿命为 7 年, 设备的低劣化值为 300 元, 则该设备 7 年末的净残值为 ()

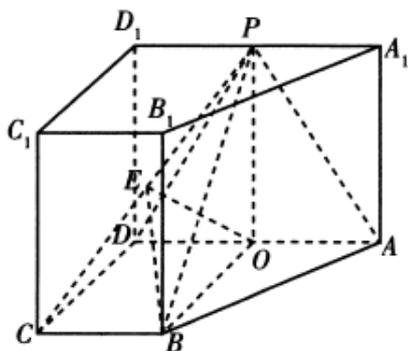
- A. 600 元 B. 650 元 C. 700 元 D. 750 元

4. 函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{3x - 3\sin x}$ 的大致图象为 ()



5. 如图, 已知直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AD \parallel BC$, $AD \perp CD$, 且 $AD = 2BC = 4$, $CD = 2\sqrt{3}$, P, O, E 分别为 A_1D_1, AD, PC 的中点, $\triangle PAD$ 为正三角形, 则三棱锥 $E - POB$ 的体积为

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1



第 5 题图

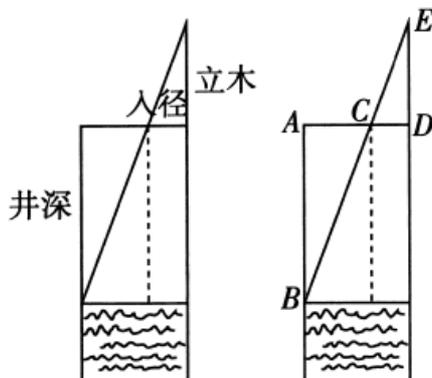


图 1

图 2

第 6 题图

6. 《九章算术》勾股章有这样一个题(如图 1):“今有井,径五尺,不知其深.立五尺木于井上,从木末望水岸,人径四寸.问井深几何?”其算法为 $\frac{(\text{井径}-\text{人径})\times\text{立木}}{\text{人径}} = \frac{(5\text{尺}-4\text{寸})\times 5\text{尺}}{4\text{寸}} = 5\text{丈} 5\text{寸}$.如图 2,已知一口井的井径 $AD = 4 - \sqrt{3}$,立木 $ED = \sqrt{3}$,从木末 E 望水岸 B 的俯角为 75° ,则这口井的井深 AB 为 ()
- A. $4\sqrt{3} - 2$ B. $4\sqrt{3} - 6$ C. $3 + \sqrt{3}$ D. $5 + \sqrt{3}$

7. 已知动直线 $l: kx - y - 2k + 2 = 0$ 恒过定点 A , B 为圆 $C: (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 2$ 上一点,若 $|OA| = |OB|$ (O 为坐标原点),则 $\triangle AOB$ 的面积为 ()
- A. $\frac{8}{5}$ B. 3 C. $\frac{16}{5}$ D. $\frac{24}{5}$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \begin{cases} n, & n = 2k - 1, \\ 2 \times 3^{\frac{n}{2}-1}, & n = 2k \end{cases}$ ($k \in \mathbf{N}^*$), S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $\exists m \in \mathbf{N}^*$,使 $S_{2m} = a_t S_{2m-1}$ ($t \in \mathbf{N}^*$),则 $a_t =$ ()
- A. 1 B. 2 C. 1 或 3 D. 2 或 3

二、多项选择题:

9. 已知 $(\frac{2}{x} - \sqrt{x})^6$,则 ()
- A. 展开式中的第 4 项为 $160x^{-\frac{3}{2}}$ B. 展开式中的常数项为 60
- C. 展开式中的各项系数之和为 1 D. 展开式中第 4 项的二项式系数最大
10. 已知向量 $\mathbf{a} = (-3, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 1)$, $\mathbf{c} = (\lambda, -1)$, $\lambda \in \mathbf{R}$,则 ()
- A. 若 $(\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \perp \mathbf{c}$,则 $\lambda = 4$ B. 若 $\mathbf{a} = t\mathbf{b} + \mathbf{c}$,则 $\lambda + t = -6$
- C. $|\mathbf{a} + \mu\mathbf{b}|$ 的最小值为 $\frac{7\sqrt{5}}{5}$
- D. 若向量 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与向量 $2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ 的夹角为锐角,则 λ 的取值范围是 $(-\infty, -1)$
11. 已知函数 $f(x) = \sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{4}) - 1$,则 ()
- A. $f(x)$ 的单调递减区间为 $[\frac{3}{2} + 4k, \frac{7}{2} + 4k]$ ($k \in \mathbf{Z}$)
- B. 不等式 $f(x) \geq \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$ 的解集为 $[4k + \frac{7}{6}, 4k + \frac{11}{6}]$ ($k \in \mathbf{Z}$)
- C. $f(x)$ 的图象与函数 $y = \ln(x + 1)$ 的图象在 y 轴右侧无公共点
- D. 设 x_1, x_2 为函数 $f(x)$ 的两个零点,则 $\sin \frac{(x_1 + x_2)\pi}{2} = 0$

12. 若函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, $f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$, $f(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增,则 ()

A. $f(0) = 0$

B. $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2},0\right]$ 上单调递减

C. $f(x)$ 的周期为 2π

D. $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 上单调递减

13. 已知 $a > 0, ab = 1$,则 ()

A. $a + b \geq 1$

B. $a^2 + b^2 < (a - b)^2$

C. $\lg a \lg b > 0$

D. $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{4}{a+b}$

14. 已知 P 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 上的动点, $Q(4, -4)$ 在抛物线 C 上,过抛物线 C 的焦点 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 A, B 两点, $M(3, -2), N(-1, 1)$,则 ()

A. $|PM| + |PF|$ 的最小值为4

B. 若线段 AB 的中点为 M ,则 $\triangle NAB$ 的面积为 $\sqrt{2}$

C. 若 $NA \perp NB$,则直线 l 的斜率为2

D. 过点 $E(1, 2)$ 作两条直线与抛物线 C 分别交于点 G, H ,且满足 EF 平分 $\angle GEH$,则直线 GH 的斜率为定值

三、填空题:

15. 良好的睡眠是保证高中学生良好学习状态的基础,为了解某校高三学生的睡眠状况,该校调查了高三年级 1200 名学生的睡眠时间(单位:小时),调查发现,这 1200 名学生每天的睡眠时间 $X \sim N(8, 1)$,则每天的睡眠时间为5 ~ 6小时的学生人数约为_____.(结果四舍五人保留整数)(附:若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,则 $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827, P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545, P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9973$)

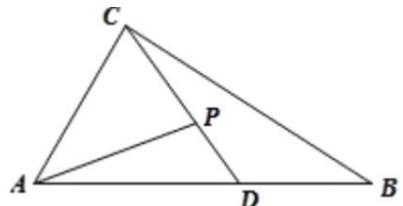
16. 请写出一个同时满足条件①②③的函数 $f(x) =$ _____.

① $\forall x \in \mathbf{R}, f(1-x) = f(1+x)$; ②函数 $f(x)$ 的最小值为1; ③函数 $f(x)$ 不是二次函数.

17. 直线 $y = \frac{1}{2}$ 与函数 $f(x) = \tan\left(2\omega x + \frac{\pi}{6}\right) (\omega > 0)$ 的图象的相邻两个交点的距离为 π .若 $f(x)$ 在 $(-m, m) (m \in \mathbf{N}^*)$ 上单调递增,则 m 的最大值为_____.

18. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}, \overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$,点 P 在线段 CD 上(P 不与 C, D 点重合),若 $\triangle ABC$ 的面积为 $4\sqrt{3}, \overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$,

则实数 $m =$ _____, $|\overrightarrow{AP}|$ 的最小值为_____.



19. 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 过 F_1 作双曲线 C 的渐近线 $y = \frac{b}{a}x$ 的垂线, 垂足为 P , 且与双曲线 C 的左支交于点 Q , 若 $OQ \parallel PF_2$ (O 为坐标原点), 则双曲线 C 的离心率为_____.

20. 若函数 $f(x) = -x$ 与函数 $g(x) = ae^x + 2$ 的图象有两个不同的交点, 则实数 a 的取值范围为_____.