

## 高三数学小题训练增强版 (6)

班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 得分 \_\_\_\_\_ 日期 \_\_\_\_\_ 自我评价 \_\_\_\_\_

### 一、单项选择题:

1. 若集合  $A = \{x | x^2 - 3x \leq 0\}$ , 集合  $B = \{x | 1 \leq x < 5\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )

- A.  $\{x | x < 5\}$       B.  $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$       C.  $\{x | 0 \leq x < 5\}$       D.  $\{x | 3 \leq x < 5\}$

2. 方程  $\frac{x^2}{2+m} - \frac{y^2}{1-m} = 1$  表示双曲线, 则  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $-2 < m < 1$       B.  $m > 1$       C.  $m < -2$       D.  $-1 < m < 2$

3. 设  $m \in \mathbb{R}$ , 向量  $\vec{a} = (m, 1), \vec{b} = (4, m), \vec{c} = (1, -2)$ , 则  $\vec{a} // \vec{b}$  是  $\vec{a} \perp \vec{c}$  的 ( ) 条件

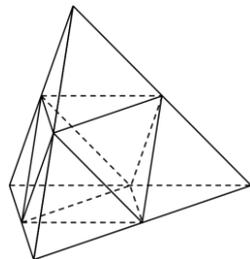
- A. 充分不必要      B. 必要不充分      C. 充要      D. 既不充分也不必要

4. 函数  $f(x) = \cos 2x + 2\sin x$ ,  $x \in [0, \pi]$  的最大值为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$       B. 1      C.  $\frac{3}{2}$       D. 2

5. 连接正四面体每条棱的中点, 形成如图所示的多面体, 则该多面体的体积是原正四面体体积的 ( )

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{3}{8}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$



6. 已知数列  $\{a_n\}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) 是等差数列,  $S_n$  是其前  $n$  项和, 若  $a_2 a_5 + a_8 = 0, S_9 = 27$ , 则数列  $\{a_n\}$  的公差是 ( )

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

7. 函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的图象与  $y$  轴交于点  $M(0, -1)$ , 图象上离  $y$  轴最近的最高点为  $N(\frac{\pi}{4}, 2)$ , 若对  $\forall x_1, x_2 \in (-a, a), x_1 \neq x_2$ , 恒有  $f(x_1) \neq f(x_2)$ , 则实数  $a$  的最大值为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{4}$       B.  $\frac{\pi}{6}$       C.  $\frac{\pi}{8}$       D.  $\frac{\pi}{12}$

8. 若关于  $x$  的方程  $x(|x| + a) = 1$  有三个不同的实数解, 则实数  $a$  的可能取值是 ( )

- A. -5      B. -2      C. 2      D. 3

### 二、多项选择题:

9. 下列说法正确的有 ( )

- A. 已知一组数据  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$  的方差为 3, 则  $x_1 + 2, x_2 + 2, x_3 + 2, \dots, x_{10} + 2$  的方差也为 3  
 B. 对具有线性相关关系的变量  $x, y$ , 其线性回归方程为  $\hat{y} = 0.3x - m$ , 若样本点的中心为  $(m, 2.8)$ , 则实数  $m$  的值是 4  
 C. 已知随机变量  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 若  $P(X > -1) + P(X \geq 5) = 1$ , 则  $\mu = 2$   
 D. 已知随机变量  $X$  服从二项分布  $B(n, \frac{1}{3})$ , 若  $E(3X + 1) = 6$ , 则  $n = 6$

10. 三角形  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 下列条件能判断  $\triangle ABC$  是钝角三角形的有 ( )

- A.  $a = 6, b = 5, c = 4$       B.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 2a$   
 C.  $\frac{a-b}{c+b} = \frac{\sin C}{\sin A + \sin B}$       D.  $b^2 \sin^2 C + c^2 \sin^2 B = 2bc \cos B \cos C$

11. 2021年3月30日,我国知名品牌小米公司启用了具备“超椭圆”数学之美的全新Logo.据了解,新Logo将原本方正的橙色边框换成了圆角边框,这种由方到圆的弧度变化,为小米融入了东方哲学的思想,赋予了品牌生命的律动感,而设计师的灵感来源于数学中的曲线 $C: |x|^n + |y|^n = 1$ ,则下列说法正确的有( )
- A. 对任意的 $n \in \mathbf{R}$ , 曲线 $C$ 总关于原点成中心对称  
 B. 当 $n > 0$ 时, 曲线 $C$ 总过四个整点(横、纵坐标都为整数的点)  
 C. 当 $n = -1$ 时, 曲线 $C$ 上点到原点距离的最小值为 $2\sqrt{2}$   
 D. 当 $0 < n < 1$ 时, 曲线 $C$ 围成图形的面积可以为2
12. 若函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,  $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ 为偶函数,  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ , 则( )

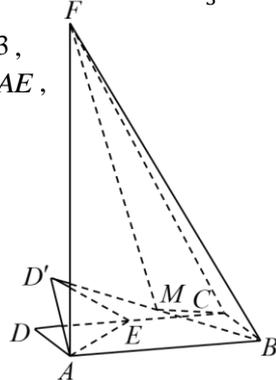
- A.  $f(0) = 0$       B.  $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减      C.  $f(2\pi + x)$ 为奇函数      D.  $f\left(\frac{101\pi}{2}\right) = 1$

13. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$ , 短轴长为 $2\sqrt{3}$ ,  $P$ 为 $C$ 上任意一点,  $F_1, F_2$ 分别为 $C$ 的左、右焦点, 过点 $F_1$ 的直线 $l$ 交椭圆于 $A, B$ 两点, 则下列说法正确的是( )

- A. 存在点 $P$ , 使得 $PF_1$ 的长度为 $\frac{1}{2}$       B.  $\triangle PF_1F_2$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$   
 C.  $C$ 上存在4个不同的点 $P$ , 使得 $\triangle PF_1F_2$ 是直角三角形      D.  $\triangle PF_1F_2$ 内切圆半径的最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

14. 如图, 已知矩形 $ABCD$ ,  $AB = \sqrt{3}$ ,  $AD = 1$ ,  $AF \perp$ 平面 $ABCD$ , 且 $AF = 3$ , 点 $E$ 为线段 $DC$ (除端点外)上的一点, 沿直线 $AE$ 将 $\triangle DAE$ 向上翻折成 $\triangle D'AE$ ,  $M$ 为 $BD'$ 的中点, 则下列说法正确的有( )

- A. 三棱锥 $A-BCF$ 的体积为 $\frac{3}{2}\sqrt{3}$   
 B. 当点 $E$ 固定在线段 $DC$ 某位置时, 则 $D'$ 在某圆上运动  
 C. 当点 $E$ 在线段 $DC$ 上运动时, 则 $D'$ 在某球面上运动  
 D. 当点 $E$ 在线段 $DC$ 上运动时, 三棱锥 $M-BCF$ 的体积的最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{12}$



### 三、填空题:

15. 若复数 $z$ 满足 $\frac{1+3i}{z} = 1-i$ , 则 $|z| = \underline{\hspace{2cm}}$ .
16. 在一次社团活动中, 甲乙两人进行象棋比赛, 规定每局比赛获胜的一方得3分, 负的一方得1分(假设没有平局). 已知甲胜乙的概率为0.6, 若甲乙两人比赛两局, 且两局比赛结果互不影响. 设两局比赛结束后甲的得分为 $\xi$ , 则 $E(\xi) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
17. 线段 $AB$ 是圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 的一条动弦, 且 $|AB| = 2\sqrt{3}$ , 直线 $l: mx - y + 3 - 4m = 0$ 恒过定点 $P$ , 则 $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}|$ 的最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
18. 某石油勘探队在某海湾发现两口大型油气井, 海岸线近似于双曲线 $C: \frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ 的右支, 现测得两口油气井的坐标位置分别为 $F(10, 0), Q(30, 9)$ , 为了运输方便, 计划在海岸线上建设一个港口, 则港口到两油气井距离之和的最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
19. 已知函数 $f(x) = e^x - x$ , 则 $f(x)$ 的单调递增区间为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ; 若对任意的 $x \in (0, +\infty)$ , 不等式 $e^x - 1 \geq \frac{\ln x + 2a}{x}$ 恒成立, 则实数 $a$ 的取值范围为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
20. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 斜边为 $AB$ , 点 $D$ 在边 $BC$ 上, 设 $\angle ADC = \alpha, \angle BAD = \beta$ , 若 $\sin B = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha}$ , 则 $\frac{AB^2 + AD^2}{AD \cdot AB}$ 用 $\beta$ 表示为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .