江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科导学案
空间中的展开、折叠及探索性问题

研制人：　谢霞　　　审核人：陈宏强

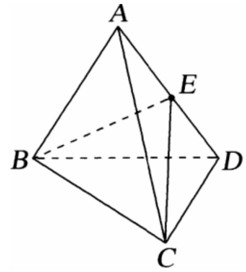
班级：______________ 姓名：______________学号：__________授课日期：

【课标要求】

1. 理解空间向量的概念、运算、基本定理和应用.
2. 运用向量的方法研究空间基本图形的位置关系和度量关系,体会向量方法和综合几何方法的共性与差异.
3. 能用向量方法证明空间线面位置关系、计算空间角和距离.

【基础训练】

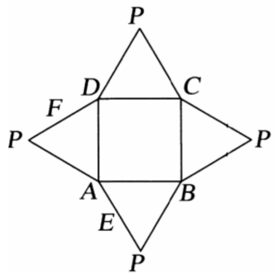
1. 已知各棱长均为 1 的四面体$A-BCD$中，E是AD的中点，P为直线CE上的动点，则$BP+DP$的最小值为(　　)



A.$1+\frac{\sqrt{6}}{3}$　　　B.$\sqrt{1+\frac{\sqrt{6}}{3}}$

C.$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$　　　D.$\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}$

2. (多选)如图是一几何体的平面展开图,其中四边形$ABCD$为正方形,E,F分别为PA,PD的中点,在此几何体中,则(　　)



A.直线BE与直线CF异面
B.直线BE与直线AF异面
C.直线$EF//$平面PBC
D.平面$BCE\perp$平面PAD

3.(多选)在矩形$ABCD$中,$AB=2$，$AD=2\sqrt{3}$,沿对角线AC将矩形折成一个大小为θ的二面角$B-AC-D$,若$\cos\theta=\frac{1}{3}$,则下列各选项正确的是(　　)

A.四面体$ABCD$外接球的表面积为16π　　B.点B与点D之间的距离为$2\sqrt{3}$

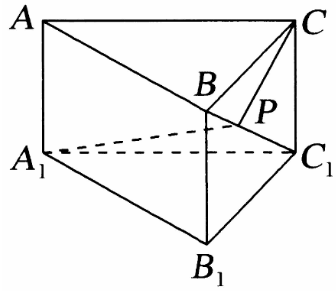
C.四面体$ABCD$的体积为$\frac{4\sqrt{2}}{3}$　　D.异面直线AC与BD所成的角为$45°$

【知识梳理】

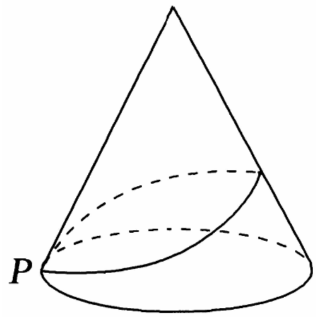
【例题精讲】

考点 1 几何体的展开

1.如图所示, 在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中, 底面为直角三角形, $\angle ACB=90^\circ, AC=6$, $BC=CC_1=\sqrt{2}$, P是BC_1上一动点, 则$CP+PA_1$的最小值是____________.



2. 如图,一立在水平地面上的圆锥形物体的母线长为4m,一只小虫从圆锥的底面圆上的点P出发,绕圆锥表面爬行一周后回到点P处.若该小虫爬行的最短路程为$4\sqrt{3}$m,则圆锥底面圆的半径等于___________m.



考点 2 折叠中的位置关系

1.如图 1,已知$PABC$是直角梯形,$AB//PC$,$AB\perp BC$,D在线段PC上,$AD\perp PC$.将$\triangle PAD$沿AD折起,使平面$PAD\perp$平面$ABCD$,连接PB,PC,设PB的中点为N,如图 2.对于图 2,下列结论错误的是(　　)

A.平面$PAB\perp$平面PBC

B.$BC\perp$平面PDC

C.$PD\perp AC$

D.$PB=2AN$

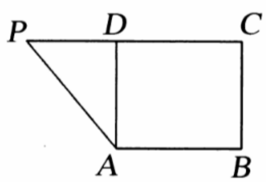


图 1

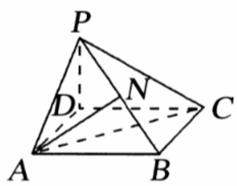


图 2

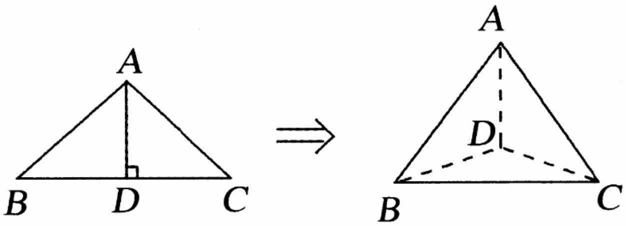
2.(多选)如图,以等腰直角三角形ABC斜边BC上的高AD为折痕,翻折$\triangle ABD$和$\triangle ACD$,使得平面$ABD\perp$平面ACD.则(　　)

A.$BD\perp AC$

B.$\triangle BAC$是等边三角形

C.三棱锥$D-ABC$是正三棱锥

D.平面$ADC\perp$平面ABC



考点 3 折叠中的度量关系及最值问题

1. 矩形$ABCD$中,$AB=4$,$BC=3$,沿AC将三角形ABC折起,得到的四面体$A-BCD$的体积的最大值为(   )

A.$\frac{4}{3}$　　B.$\frac{12}{5}$　　C.$\frac{24}{5}$　　D.5

2. (多选)已知正方形$ABCD$的边长为 1,以BD为折痕把$\triangle ABD$折起,得到四面体$A'BCD$,则(   )

A.$A'C\perp BD$　　B.四面体$A'BCD$体积的最大值为$\frac{\sqrt{2}}{4}$

C.$\triangle A'CD$可以为等边三角形　　D.$\triangle A'CD$可以为直角三角形

考点 4 折叠的综合问题

1. 已知三棱锥$P-ABC$(如图 1)及其展开图(如图 2),四边形$ABCD$为边长等于$\sqrt{2}$的正方形,$\triangle ABE$和$\triangle BCF$均为正三角形.

(1)证明:平面$PAC\perp$平面ABC;

(2)若点M在棱PA上运动,当直线BM与平面PAC所成的角最大时,求二面角$P-BC-M$的余弦值.

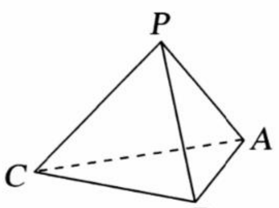


图 1

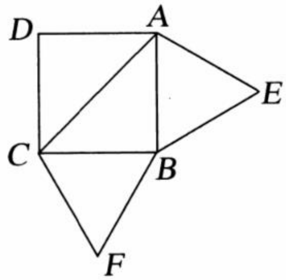


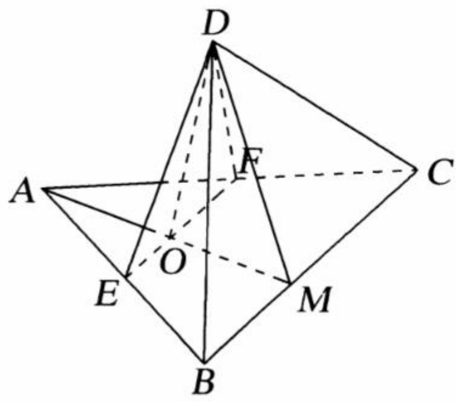
图 2

考点 5 探索性问题

1.如图,三角形ABC是边长为 3 的等边三角形,E,F分别在边AB,AC上,且$AE=AF=2,M$为BC边的中点,AM交EF于点O,沿EF将三角形AEF折到DEF的位置,使$DM=\frac{\sqrt{15}}{2}$.

(1)证明:$DO\perp$平面$EFCB$;

(2)若平面$EFCB$内的直线$EN//$平面DOC,且与边BC交于点N,问在线段DM上是否存在点P,使二面角$P-EN-B$的大小为$60°$?若存在,则求出点P;若不存在,请说明理由.



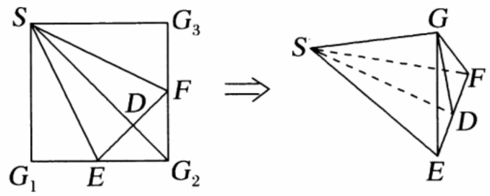
【课堂小结】

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高三数学学科作业
空间中的展开、折叠及探索性问题

研制人：谢霞　　审核人：陈宏强

班级：______________ 姓名：______________ 学号：__________ 时长：60 分钟

1.如图所示,在正方形$SG_1G_2G_3$中,E,F分别是G_1G_2,G_2G_3的中点,D是EF的中点,现在沿SE,SF及EF把这个正方形折成一个四面体,使G_1,G_2,G_3三点重合,重合后的点记为G.那么,在四面体$S-EFG$中必有(　　)



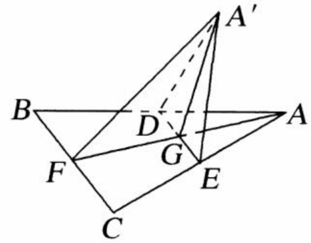
A.$SG\perp\triangle EFG$所在平面

B.$SD\perp\triangle EFG$所在平面

C.$GF\perp\triangle SEF$所在平面

D.$GD\perp\triangle SEF$所在平面

2. 如图,正三角形ABC的中线AF与中位线DE相交于点G,已知$\triangle A'DE$是$\triangle ADE$绕直线DE翻折过程中的一个图形(A'点在平面ABC上方),现给出下列命题:①恒有直线$BC//$平面$A'DE$;②恒有直线$DE\perp$平面$A'FG$;③恒有平面$A'FG\perp$平面$A'DE$,其中正确命题的个数为(　　)



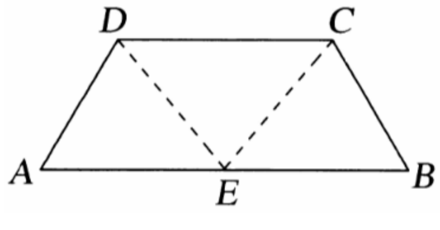
A.0

B.1

C.2

D.3

3.如图,在等腰梯形$ABCD$中,$AB//DC,AB=2DC=2AD=2,\angle DAB=60°,E$为$AB$的中点,将$\triangle ADE$与$\triangle BEC$分别沿$ED,EC$向上折起,使$A$、$B$重合为点$F$，则三棱锥$F-DCE$的外接球的体积是(　　)



A.$\frac{\sqrt{6}}{8}\pi$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{4}\pi$

C.$\frac{3}{2}\pi$　　D.$\frac{2}{3}\pi$

4.(多选)在矩形$ABCD$中(如图 1),$AD=2AB=2,\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC}(0<\lambda\leqslant 1)$,将$\triangle BAE$沿$AE$折起得到以$B_1$为顶点的锥体(如图 2),若记侧棱$B_1D$的中点为$P$,则以下判断正确的是(　　)

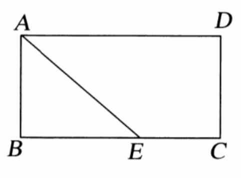


图 1

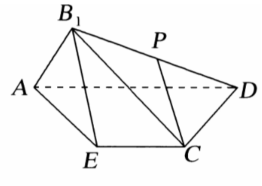


图 2

A.若$\lambda=\frac{1}{2}$，则CP的长度为定值

B.若$\lambda=1$，则三棱锥B_1-ACD的外接球表面积为5π

C.若记B_1A与平面ACD所成的角为α，则$\sin\alpha$的最大值为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

D.若二面角B_1-AE-C为直二面角，且$B_1D\perp AE$,则$\lambda=\frac{1}{3}$

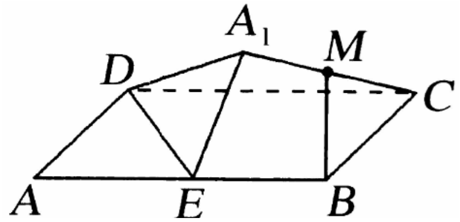
5.(多选)如图所示,在矩形$ABCD$中,E为边AB的中点,将$\triangle ADE$沿直线DE翻折成$\triangle A_1DE$.若M为线段A_1C的中点,则在$\triangle ADE$翻折的过程中,下列命题正确的是(　　)

A.BM为定值

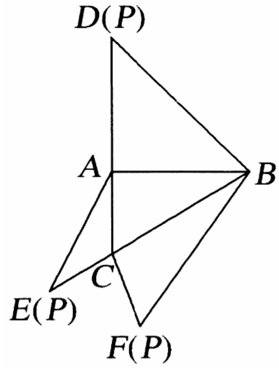
B.点M在圆上运动

C.一定存在某个位置,使$DE \perp A_1C$

D.一定存在某个位置,使$MB//$平面A_1DE



第 5 题图



第 6 题图

6. 如图,在三棱锥$P-ABC$的平面展开图中,$AC=1, AB=AD=\sqrt{3}, AB \perp AC, AB \perp AD, \angle CAE=30°$,则$\cos\angle FCB=$__________.

7.如图,在梯形$ABCD$中,$\angle BAD$为直角,$AD//BC, AB=AD=\frac{1}{2}BC=2\sqrt{2}$,将三角形$ABD$沿$BD$折起至$PBD$.

(1)若平面$PBD\perp$平面BCD, 求证:$PB\perp PC$;

(2)设E是PC的中点,若二面角$E-BD-C$为$30°$, 求二面角$P-BD-C$的大小.