密封线内不要答题

学校＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 考号＿＿＿＿

江苏省百校联考高三年级第二次考试
数学试卷

注意事项：

1. 本试卷考试时间为 120 分钟，试卷满分 150 分，考试形式闭卷.
2. 本试卷中所有试题必须作答在答题卡上规定的位置，否则不给分.
3. 答题前，务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔填写在试卷及答题卡上.

第Ⅰ卷(选择题　共 60 分)

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x>1\}$，$B=\{x|x^2-3x<0\}$，则 $A\cup B=$

A. $(0,+\infty)$　　B. $(1,3)$　　C. $(0,3)$　　D. $(1,+\infty)$

2. 已知复数 z 满足 $z(1-2i)=3+2i$（i 为虚数单位），则复数 z 在复平面内对应的点在

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知 $\sin\theta+2\cos\theta=\sqrt{5}$，$\theta\in(0,\pi)$，则 $\tan(\pi-\theta)=$

A. -2　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

4. 2 位教师和 4 位学生排成一排，要求 2 位老师不能相邻，也不能站两端，则不同的排法种数为

A. 144　　B. 96　　C. 72　　D. 48

5. 射线测厚技术原理公式为 $I=I_0e^{-\rho\mu t}$，其中 I_0，I 分别为射线穿过被测物体前后的强度，e 是自然对数的底数，t 为被测物体的厚度，ρ 为被测物体的密度，μ 是被测物体对射线的吸收系数. 工业上通常用镅低能 γ 射线测量钢板的厚度. 若这种射线对钢板的半价层厚度为 0.8，钢板的密度为 7.5，则这种射线的吸收系数为(注：半价层厚度是指将已知射线强度减弱为一半的某种物质厚度，$\ln 2\approx0.6931$，结果精确到 0.001)

A. 0.110　　B. 0.112　　C. 0.114　　D. 0.116

6. 设函数 $f(x)=A\sin\omega x(A>0,\omega>0)$，若对 $\forall x\in[6,7]$，$f(x)\leqslant0$，则 ω 的最大值为

A. $\frac{4}{7}\pi$　　B. $\frac{5}{6}\pi$　　C. $\frac{6}{7}\pi$　　D. π

7. 已知圆 M：$x^2+y^2-6x=0$，过点 $(1,2)$ 的直线 $l_1,l_2,\cdots,l_n(n\in\mathbf{N}^*)$ 被该圆 M 截得的弦长依次为 $a_1,a_2,\cdots,a_n$. 若 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 是公差为 $\frac{1}{3}$ 的等差数列，则 n 的最大值是

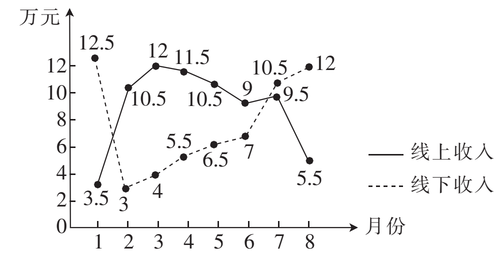
A. 10　　B. 11　　C. 12　　D. 13

8. 已知圆 O 的半径为 2，AB 是圆 O 的直径，PA 垂直于圆 O 所在的平面，且 $PA=4$，点 C 为圆 O 上一动点，点 D 在直线 PC 上，且 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{PC}=0$，记点 D 的轨迹为曲线 T，则曲线 T 的周长为

A. 2π　　B. $2\sqrt{2}\pi$　　C. 4π　　D. $4\sqrt{2}\pi$

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 某商家为了了解人们消费方式的变化情况，收集并整理了该商家 2022 年 1 月份到 8 月份线上收入和线下收入的数据，并绘制如下的折线图. 根据折线图，下列结论正确的有



A. 该商家这 8 个月中，线上收入的平均值高于线下收入的平均值

B. 该商家这 8 个月中，线下收入数据的中位数是 6.75

C. 该商家这 8 个月中，线上收入与线下收入相差最大的月份是 3 月

D. 该商家这 8 个月中，每月总收入不少于 17 万元的频率为 $\frac{1}{4}$

10. 设 $a=\log_2 3$，$b=\log_3 4$，则

A. $ab=2$　　B. $a+b>2\sqrt{2}$　　C. $b-\frac{1}{a}>1$　　D. $a>b$

11. 已知直线 l 过点 $M(2p,0)$，且交抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 于点 A,B，记 $\triangle AOM$ 的面积为 S_1，$\triangle BOM$ 的面积为 S_2，其中 O 为坐标原点，则

A. $|AB|\geqslant4p$　　B. $\frac{1}{|AM|}+\frac{1}{|BM|}$ 为定值

C. $|AM||BM|\geqslant4p^2$　　D. S_1S_2 为定值

12. 函数 $f(x)$ 满足 $f(1-x)+f(1+x)=x^2+1$，$f(2+x)=f(2-x)+4x$，$x\in\mathbf{R}$，则

A. $f(3)=\frac{9}{2}$　　B. $f(2)+f(4)=6$

C. $y=f(x+2)-2x$ 为偶函数　　D. 当 $x\geqslant0$ 时，$f(x+4)-f(x)\geqslant8$

第Ⅱ卷(非选择题　共 90 分)

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{10}$，$|\boldsymbol{b}|=2\sqrt{5}$，且 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$，若 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 垂直，则实数 λ 的值为＿＿▲＿＿.

14. 设 $(3-x)^n(1+x)=a_0+a_1x+\cdots+a_{n+1}x^{n+1}$，$n\in\mathbf{N}^*$，且 $a_0+a_1+\cdots+a_{n+1}=64$，则 $a_1=$＿＿▲＿＿.

15. 在三棱锥 $A-BCD$ 中，平面 $ABD\perp$ 平面 BCD，$BD\perp CD$，$\triangle ABD$ 为等边三角形，$CD=\sqrt{3}$，若三棱锥 $A-BCD$ 的外接球的表面积为 15π，则三棱锥 $A-BCD$ 的体积为＿＿▲＿＿.

16. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$，且 $-2\leqslant ae-b\leqslant0$，若函数 $f(x)=\ln 2x+ax+b$ 存在零点，则 a 的最小值为＿＿▲＿＿.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=\begin{cases}2a_n+n-1, n\text{ 为奇数},\\ a_n-n+2, n\text{ 为偶数}\end{cases}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)证明：$\{a_{2n-1}\}$是等比数列.

(2)求数列$\{a_n\}$的前 $2n$ 项和 S_{2n}.

18.（本小题满分 12 分）

在凸四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB=AD$，$\angle BAD=\frac{2\pi}{3}$，$BC=2CD=4$.

(1)若 $\cos\angle BCD=\frac{1}{4}$，求 $\sin\angle ABC$ 的值；

(2)求四边形 $ABCD$ 面积 S 的最大值.

19.（本小题满分 12 分）

新冠疫情暴发以来，各级人民政府采取有效防控措施，时常采用 10 人一组做核酸检测（俗称混检）. 某地在核酸检测中发现某一组中有 1 人核酸检测呈阳性，为了能找出这 1 例阳性感染者，且确认感染何种病毒，需要通过做血清检测，血清检测结果呈阳性的即为感染人员，呈阴性的表示没被感染. 拟采用两种方案检测：

方案甲：将这 10 人逐个做血清检测，直到能确定感染人员为止.

方案乙：将这 10 人的血清随机等分成两组，随机将其中一组的血清混在一起检测，若结果为阳性，则表示感染人员在该组中，然后再对该组中每份血清逐个检测，直到能确定感染人员为止；若结果呈阴性，则对另一组中每份血清逐个检测，直到能确定感染人员为止.

把采用方案甲，直到能确定感染人员为止，检测的次数记为 X.

(1)求 X 的数学期望 $E(X)$；

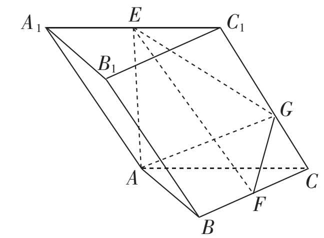
(2)如果每次检测的费用相同，以检测费用的期望作为决策依据，应选择方案甲与方案乙哪一种？

20.（本小题满分 12 分）

如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面 ABC 是正三角形，侧面 ACC_1A_1 是菱形，平面 $ACC_1A_1\perp$平面 ABC，E，F 分别是棱 A_1C_1，BC 的中点.

(1)证明：EF∥平面 ABB_1A_1.

(2)若 $AC=2$，$\angle ACC_1=60^\circ$，G 是棱 CC_1 上一点，且二面角 $A-EG-F$ 的余弦值为 $\frac{4\sqrt{53}}{53}$，求$\frac{C_1G}{GC}$的值.



21.（本小题满分 12 分）

已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为 F，双曲线 C 上一点 $P(3,1)$关于原点的对称点为 Q，满足 $\overrightarrow{FP}\cdot\overrightarrow{FQ}=6$.

(1)求 C 的方程.

(2)直线 l 与坐标轴不垂直，且不过点 P 及点 Q，设 l 与 C 交于 A，B 两点，点 B 关于原点的对称点为 D. 若 $PA\perp PD$，证明：直线 l 的斜率为定值.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-3ax+2a^2\ln x$，$a\neq0$.

(1)求函数 $f(x)$的单调区间；

(2)若存在 x_1，x_2，x_3($x_1<x_2<x_3$)，使得 $f(x_1)=f(x_2)=f(x_3)$，证明：$x_3-x_1<2|a|$.

参考数据：$1.31<\ln(2+\sqrt{3})<1.32$.