

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科导学案

球的接、切、截问题

研制人：雷成才 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 授课日期：_____

【课标要求】

- 1.掌握几何体的外接球和内切球问题；
- 2.体验解决多面体“接”“切”问题的思维过程,感悟不同方法的要领.

【基础训练】

1.已知一个正方体的顶点都在球面上,它的棱长是 $a\text{cm}$,则球的体积为()

- A. $\frac{\pi a^3}{2} \text{cm}^3$ B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2} \text{cm}^3$ C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2} \text{cm}^3$ D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{4} \text{cm}^3$

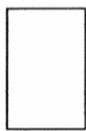
2.已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1, O_2 ,过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为8的正方形,则该圆柱的表面积为()

- A. $12\sqrt{2}\pi$ B. 12π C. $8\sqrt{2}\pi$ D. 10π

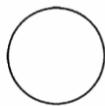
3.已知圆锥的底面周长 2π ,母线长为3,则该圆锥的内切球的体积为()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ C. $\frac{4}{3}\pi$ D. 2π

4.(多选)用一个平面去截如图所示的圆柱体,则所得的截面可能是()



A



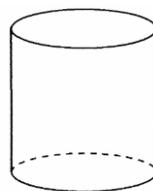
B



C



D



5.将一个棱长为 6cm 的正方体铁块磨制成一个球体零件,可制作的最大零件的体积为_____.

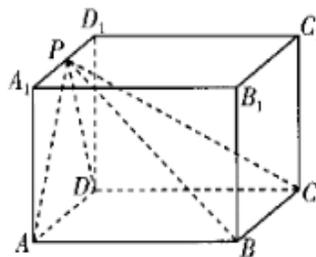
【知识梳理】

【例题精讲】

考点一 几何体的外接球

例 1. (1) 设三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的侧棱垂直于底面, $AB = AC = 2, \angle BAC = 90^\circ, AA_1 = 3\sqrt{2}$, 且三棱柱的所有顶点都在同一球面上, 则该球的表面积是()
A. 24π B. 18π C. 26π D. 16π

(2) 如图, 已知长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 为正方形, P 为棱 A_1D_1 的中点, 且 $PA = AB = 6$, 则四棱锥 $P - ABCD$ 的外接球的体积为_____.



考点二 几何体的内切球

例 2. (1) 已知一个三棱锥的所有棱长均为 $\sqrt{2}$, 则该三棱锥的内切球的体积为_____.

(2) 已知圆锥的底面半径为 1, 母线长为 3, 则该圆锥内半径最大的球的体积为_____.

【课堂小结】

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高三数学学科作业

球的接、切、截问题

研制人：雷成才 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时长：60 分钟

一、单选题

1. 棱长为 4 的正方体的内切球的表面积为()
A. 4π B. 12π C. 16π D. 20π
2. 以边长为 1 的正方形的一边所在直线为旋转轴,将该正方形旋转一周所得圆柱的轴截面(过圆柱的轴作截面)的面积为()
A. 2π B. π C. 2 D. 1
3. 已知圆锥的母线长为 2,侧面积为 $2\sqrt{3}\pi$,则过定点的截面面积的最大值等于()
A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. 3 D. 2
4. 已知正四棱锥的顶点都在同一球面上,若该棱锥的高为 4,底面边长为 2,则该球的表面积为()
A. $\frac{81\pi}{4}$ B. 16π C. 9π D. $\frac{27\pi}{4}$
5. 已知正三棱锥 $S-ABC$ 的侧棱长为 $4\sqrt{3}$,底面边长为 6,则该正三棱锥外接球的表面积是()
A. 16π B. 20π C. 32π D. 64π
6. 已知 A, B, C 为球 O 的球面上的三个点, $\odot O_1$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆. 若 $\odot O_1$ 的面积为 4π , $AB = BC = AC = OO_1$, 则球 O 的表面积为()
A. 64π B. 48π C. 36π D. 32π

二、多选题

7. 对于棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 有如下结论, 其中正确的是()
A. 以正方体的顶点为顶点的几何体可以是每个面都为直角三角形的四面体
B. 过点 A 作平面 A_1BD 的垂线, 垂足为 H , 则 A, H, C_1 三点共线
C. 过正方体中心的截面图形不可能是正六边形
D. 三棱锥 $A-B_1CD_1$ 与正方体的体积之比为 $1:3$
8. 已知圆锥的顶点为 P , 母线长为 2, 底面半径为 $\sqrt{3}$, A, B 为底面圆周上两个动点, 则下列说法正确的是()
A. 圆锥的高为 1 B. $\triangle PAB$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$
C. 直线 PA 与圆锥底面所成的角为 60° D. 圆锥外接球的体积为 $\frac{32}{3}\pi$

三、填空题

9. 球的一个内接圆锥(圆锥的高大于半径长)满足:球心到该圆锥底面的距离是球半径的一半, 则该圆锥的体积和此球体积的比值为_____.
10. 已知点 A, B, C 在半径为 2 的球面上, 且满足 $AB = AC = 1, BC = \sqrt{3}$, 若 S 是球面上任意一点, 则三棱锥 $S-ABC$ 体积的最大值为_____.

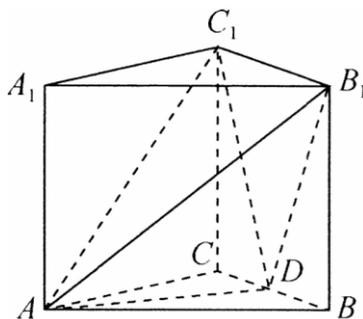
四、解答题

11. 已知某圆锥的轴截面是面积为 $\sqrt{3}$ 的等边三角形,球 O 内切于该圆锥.

- (1) 求该圆锥的高;
- (2) 求内切球 O 的体积.

12. 已知正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的底面边长为2,侧棱长为 $\sqrt{3}$, D 为 BC 的中点.

- (1) 求该三棱柱的体积与表面积;
- (2) 求三棱锥 $D - AB_1C_1$ 的内切球半径.



13. 如图,圆柱 OO_1 中,已知 AB, DC 分别为圆 O, O_1 的直径, AD 为母线, $AB = AD = 2$,点 P 在上底面的圆 O 内,点 Q 在弧 DC 上.

- (1) 求三棱锥 $P - DCQ$ 的体积的最大值;
- (2) 求三棱锥 $P - DCQ$ 的外接球的体积的最小值.

