江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高三数学学科导学案

空间中的角与距离

研制人： 谢霞　　审核人：陈宏强

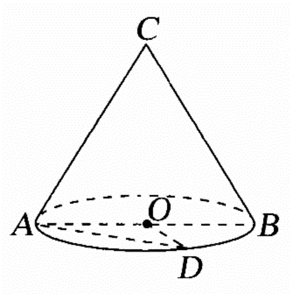
班级：____________　姓名：____________　学号：_________　授课日期：

【课标要求】

1. 理解空间向量的概念、运算、基本定理和应用.
2. 运用向量的方法研究空间基本图形的位置关系和度量关系,体会向量方法和综合几何方法的共性与差异.
3. 能用向量方法证明空间线面位置关系、计算空间角和距离.

【基础训练】

1.如图，已知圆锥CO的轴截面是正三角形，AB是底面圆O的直径，点D在$\widehat{AB}$上，且$\angle AOD = 2\angle BOD$,则异面直线AD与BC所成角的余弦值为(　　)



A.$\frac{\sqrt{3}}{4}$

B.$\frac{1}{2}$

C.$\frac{1}{4}$

D.$\frac{3}{4}$

2.(多选)在四棱锥$P-ABCD$中,底面$ABCD$是正方形,$PD\perp$平面$ABCD$,点E是棱PC的中点,$PD = AB$,则(　　)

A.$AC\perp PB$

B.直线AE与平面PAB所成角的正弦值是$\frac{\sqrt{3}}{6}$

C.异面直线AD与PB所成的角是$\frac{\pi}{4}$

D.四棱锥$P-ABCD$的体积与其外接球的体积的比值是$\frac{2\sqrt{3}}{9\pi}$

3.在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中,$AB = AC = AA_1 = 2, \angle BAC = 90°$,$M$为$BB_1$的中点，$N$为$BC$的中点，则点$M$到直线$AC_1$的距离为____________;点$N$到平面$MA_1C_1$的距离为__________.

【知识梳理】

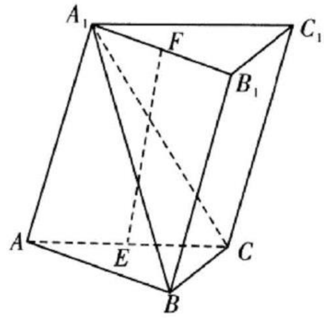
【例题精讲】

例 1.(2019 • 浙江卷)如图,已知三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$,平面$A_1ACC_1\perp$平面ABC,$\angle ABC=90^\circ$,$\angle BAC=30^\circ$,$A_1A=A_1C=AC$,E,F分别是AC,A_1B_1的中点.

(1)证明:$EF\perp BC$;

(2)求直线EF与平面A_1BC所成角的余弦值;

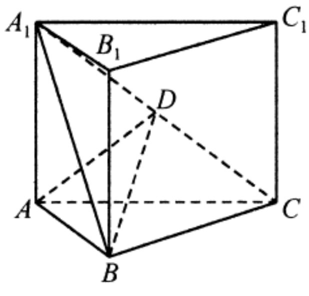
(3)求二面角$C-A_1B-A$的余弦值.



例 2. (2022 • 全国新高考I卷)如图, 直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的体积为4, $\triangle A_1BC$的面积为$2\sqrt{2}$.

(1)求点A到平面A_1BC的距离;

(2)设D为A_1C的中点,$AA_1=AB$,平面$A_1BC\perp$平面ABB_1A_1,求二面角$A-BD-C$的正弦值.



【课堂小结】

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高三数学学科作业
空间中的角与距离

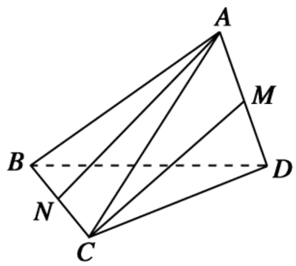
研制人：　谢霞　　　审核人：陈宏强

班级：______________　姓名：______________学号：__________时长：60 分钟

1. 如图，在三棱锥 $A-BCD$ 中，$AB=AC=BD=CD=3$，$AD=BC=2$，点 M，N 分别为 AD，BC 的中点，则异面直线 AN，CM 所成的角的余弦值是(　　)

A. $\frac{5}{8}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{8}$

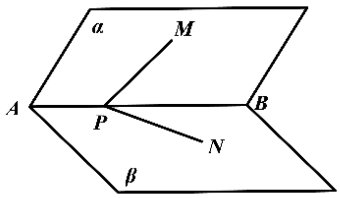
C. $\frac{7}{8}$　　D. $\frac{\sqrt{7}}{8}$



2.如图所示，点 P 是二面角 $\alpha-AB-\beta$ 棱上的一点，分别在 α 、β 平面内引射线 PM 、PN ，若 $\angle BPM=\angle BPN=45^\circ$ ，$\angle MPN=60^\circ$ ，那么二面角 $\alpha-AB-\beta$ 的大小为（　　）

A. 60°　　B. 70°

C. 80°　　D. 90°



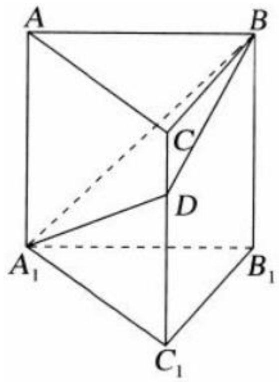
3. (多选)如图,在正三棱柱ABC-$A_1B_1C_1$中,$AB=AA_1=\sqrt{3}$,D为棱CC_1上的动点,则(　　)

A.三棱锥$D-ABC$的外接球的最大半径为$\frac{\sqrt{5}}{2}$

B.存在点D,使得平面$A_1BD\perp$平面ABB_1A_1

C.A到平面A_1BD的最大距离为$\frac{\sqrt{6}}{2}$

D.$\triangle A_1BD$面积的最大值为$\frac{3\sqrt{7}}{4}$



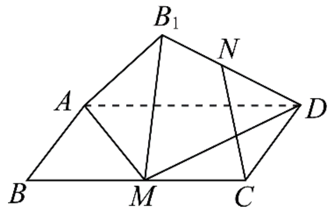
4.（多选）如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=60^\circ$，$AD=2AB$，M 为边 BC 的中点，将$\triangle ABM$沿直线 AM 折成$\triangle AB_1M$，若 N 为是B_1D的中点，则在$\triangle ABM$的翻折过程中，下列命题正确的有(　　)

A. 线段 CN 的长为定值

B. 异面直线 AM 与B_1D所成角为90°

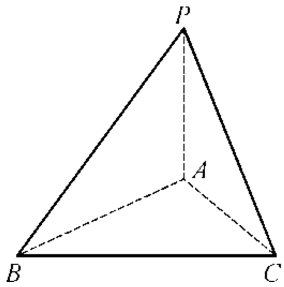
C. 直线 CN 与平面AB_1M所成角为定值

D. 二面角$A-B_1M-D$可以为直二面角



5. 在空间四边形 $ABCD$ 中，$AB=CD=8$，M、N 分别是对角线 AC、BD 的中点，若异面直线 AB、CD 所成角的大小为$60°$，则 MN 的长为_____.

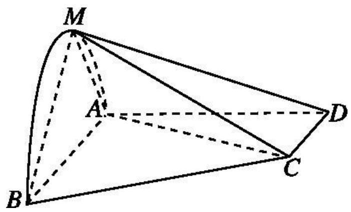
6. 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA\perp$底面 ABC，$\angle BAC=120°$，$AB=AC=1$，$PA=\sqrt{2}$，则直线 PA 与平面 PBC 所成角的正弦值为____________.



7. 如图，半圆弧 AB 所在平面与平面 $ABCD$ 垂直，M 是$\overset{\frown}{AB}$上异于 A，B 的动点，$\angle BAD=\angle ADC=90°$，$AB=AD=2DC$.

(1)证明：$MB\perp$平面 MAD；

(2)当直线 MB 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45°时，求二面角 D-MA-C 的正弦值.



8.如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$和四棱锥$D-BB_1C_1C$构成的几何体中，$\angle BAC=90°$，$AB=1, BC=BB_1=2, DC_1=DC=\sqrt{5}$，平面$CC_1D\perp$平面$ACC_1A_1$.

(1)求点D到平面ACC_1A_1的距离；

(2)在线段BC上是否存在点P，使直线DP与平面BB_1D所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{3}}{4}$？若存在，求$\frac{BP}{BC}$的值；若不存在,请说明理由.