江苏省仪征中学 2023 届高三年级第一学期午间训练(25)

班级__________　　姓名__________　　日期______　　评价________

请大家将解题过程或思路写在题目下方

1. 已知$\tan\alpha=3$，则$\frac{\cos^3\alpha-\cos\alpha}{\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$=(　　)

A. $-\frac{3}{4}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $-\frac{3}{10}$　　D. $\frac{3}{10}$

2.(多选) 以下关于函数$f(x)=\sin2x+\sqrt{3}\cos2x$的命题，正确的是 (　　)

A. 函数$y=f(x)$的最小正周期为π

B. 点$(\frac{\pi}{12},0)$是函数$y=f(x)$图象的一个对称中心

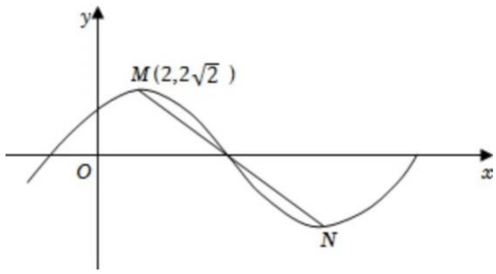
C. 直线$x=\frac{\pi}{3}$是函数$y=f(x)$图象的一条对称轴

D. 将函数$y=f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位后得到的函数的图象关于原点对称.

3. 化简：$sin(\pi+\alpha)cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)+sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)cos(\pi+\alpha)=$_________.

4. 如图，函数$f(x)=A\sin\ (\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|\leqslant\frac{\pi}{2})$的图象最高点$M(2,2\sqrt{2})$与最低点$N$的距离$|MN|=4\sqrt{6}$.（Ⅰ)写出函数$f(x)$的解析式；

(Ⅱ)若$f(\frac{16\alpha}{\pi})=\frac{2}{5}$，$\alpha\in[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{8}]$，求$\cos 2\alpha$的值.



1. 【答案】D　　解：$\frac{\cos^3\alpha-\cos\alpha}{\cos(\alpha+\frac{\pi}{2})}=\frac{\cos^3\alpha-\cos\alpha}{-\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha(\cos^2\alpha-1)}{-\sin\alpha}$

$$=\frac{1-\cos^2\alpha}{\tan\alpha}=\frac{1}{\tan\alpha}\cdot\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}$$

$=\frac{1}{\tan\alpha}\cdot\frac{\tan^2\alpha}{\tan^2\alpha+1}=\frac{1}{3}\times\frac{9}{9+1}=\frac{3}{10}$.

2. 【答案】AD

解：因为函数$f(x)=\sin2x+\sqrt{3}\cos2x=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的最小正周期为$\pi$，故$A$正确；

$f(\frac{\pi}{12})=2sin(2\times\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{3})=2sin\frac{\pi}{2}=2\neq0$，故 B错；

当$x=\frac{\pi}{3}$时，$f(x)=2sin(2\times\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3})=2\,sin\,\pi=0\neq\pm2$，

所以$x=\frac{\pi}{3}$不是函数$f(x)$的图象的对称轴方程，故C错；

将函数$y=f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位后得到的函数$y=2sin[2(x-\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{3}]=2sin\,2x$，

满足$2\sin(-2x)=-2\sin2x$，故函数的图象关于原点对称，故D正确．

故答案为：AD．

3. 解：$sin(\pi+\alpha)cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)+sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)cos(\pi+\alpha)=(-sin\,\alpha)sin\,\alpha+cos\,\alpha(-cos\,\alpha)$

$=-(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=-1$；

故答案为-1．

4. 解：(Ⅰ)由题意得$A=2\sqrt{2}$，$\frac{T}{2}=\sqrt{(4\sqrt{6})^2-(4\sqrt{2})^2}=8$，$\therefore T=16$，$\therefore\omega=\frac{\pi}{8}$，

$\therefore f(x)=2\sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{8}x+\varphi)$，

将$M(2,2\sqrt{2})$代入，解得$\varphi=\frac{\pi}{4}+2k\pi$，$k\in Z$，

又$|\varphi|\leqslant\frac{\pi}{2}$得$\varphi=\frac{\pi}{4}$，

$\therefore$函数$f(x)=2\sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{8}x+\frac{\pi}{4})$.

(Ⅱ) $\because f(\frac{16\alpha}{\pi})=2\sqrt{2}\sin(2\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{2}{5}$，$\therefore\sin(2\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{10}$，

$\because\alpha\in[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{8}]$，$2\alpha+\frac{\pi}{4}\in[\frac{3\pi}{4},\pi]$，$\therefore\cos(2\alpha+\frac{\pi}{4})=-\frac{7\sqrt{2}}{10}$．

$\therefore\cos2\alpha=\cos[(2\alpha+\frac{\pi}{4})-\frac{\pi}{4}]=\cos(2\alpha+\frac{\pi}{4})\cos\frac{\pi}{4}+\sin(2\alpha+\frac{\pi}{4})\sin\frac{\pi}{4}=-\frac{7\sqrt{2}}{10}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{10}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{3}{5}$.

江苏省仪征中学 2023 届高三年级第一学期午间训练(26)

班级__________ 姓名__________ 日期______ 评价________

请大家将解题过程或思路写在题目下方

1. 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c.已知$c^2+2b^2=3a^2$，则$\sin A$的最大值为(　　)

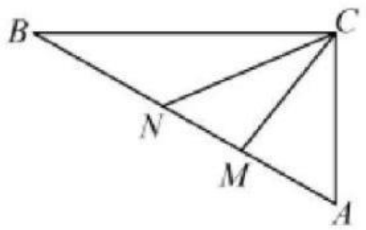
A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{7}}{6}$　　C. $\frac{\sqrt{7}}{3}$　　D. $\frac{7}{9}$

2.（多选）已知函数$y=\log_a(2x-1)+3(a>0$且$a\neq 1)$过定点P，且$\alpha+\frac{\pi}{4}$的终边过点P，则（　）

A. $\sin 2\alpha=\frac{4}{5}$　　B. $\sin\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $\tan 2\alpha=\frac{4}{3}$　　D. $\frac{1+\sin 2\alpha\cos 2\alpha}{\sin^2 2\alpha-\cos^2 2\alpha}=\frac{37}{7}$

3. 化简：$\frac{\cos 40^\circ}{\cos 25^\circ\sqrt{1-\sin 40^\circ}}=$________.



4. 如图，$\triangle ABC$中，$AC=4$，$BC=4\sqrt{3}$，$AC\perp BC$，点M，N是线段AB上两点(包括端点)，$\angle MCN=30^\circ$.

(1)当$AM=2$时，求$\triangle MNC$的周长;

(2)设$\angle ACM=\theta$，当$\triangle MNC$的面积为$6(\sqrt{3}-1)$时，求θ的值.

1. 【答案】C 解：由余弦定理得，$c^2+2b^2=3a^2=3(b^2+c^2-2bc\cos A)$，

整理得$6\cos A=\frac{b}{c}+\frac{2c}{b}\geq 2\sqrt{2}$，当且仅当$b=\sqrt{2}c$时，等号成立，

则$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}\leq\sqrt{1-(\frac{\sqrt{2}}{3})^2}=\frac{\sqrt{7}}{3}$，

2. ACD．解：因为函数$y=\log_a(2x-1)+3(a>0$且$a\neq 1)$过定点$P(1,3)$，

又角$\alpha+\frac{\pi}{4}$的终边过点$P(1,3)$，所以α的终边在第一象限，因此，B错误；

并且$\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{1}=3$，由$\frac{\tan\alpha+1}{1-\tan\alpha}=3$知，$\tan\alpha=\frac{1}{2}$，

所以$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}=\frac{4}{5}$，可见$A$正确；

又$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{4}{3}$，所以$C$也正确；由上可知，$\cos 2\alpha=\frac{\sin 2\alpha}{\tan 2\alpha}=\frac{3}{5}$，

所以$\frac{1+\sin 2\alpha\cos 2\alpha}{\sin^2 2\alpha-\cos^2 2\alpha}=\frac{1+\frac{4}{5}\times\frac{3}{5}}{\left(\frac{4}{5}\right)^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{37}{7}$，$D$也正确．

3. 原式$=\frac{\cos^2 20^\circ-\sin^2 20^\circ}{\cos 25^\circ\sqrt{\sin^2 20^\circ-2\sin 20^\circ\cos 20^\circ+\cos^2 20^\circ}}=\frac{\cos^2 20^\circ-\sin^2 20^\circ}{\cos 25^\circ(\cos 20^\circ-\sin 20^\circ)}=\frac{\sqrt{2}\sin 65^\circ}{\cos 25^\circ}$

$=\frac{\sqrt{2}\cos 25^\circ}{\cos 25^\circ}=\sqrt{2}$.

4. 解：(1) $\because AC=4$，$BC=4\sqrt{3}$，$AC\perp BC$，$\therefore B=30^\circ$，$A=60^\circ$，

在$\triangle ACM$中，由余弦定理可得$CM^2=AC^2+AM^2-2AC\cdot AM\cdot\cos A$

$=16+4-2\times 4\times 2\times\frac{1}{2}=12$，则$CM=2\sqrt{3}$，$\therefore AC^2=AM^2+CM^2$，$\therefore CM\perp AB$，

$\because \angle MCN=30^\circ$，$\therefore MN=CM\tan 30^\circ=2$，$\therefore CN=2MN=4$，

$\therefore$△MNC的周长为$2+4+2\sqrt{3}=6+2\sqrt{3}$；

(2)在△ACN中，$\angle ANC=90^\circ-\theta$，由$\frac{CN}{\sin 60^\circ}=\frac{CA}{\sin(90^\circ-\theta)}$得$CN=\frac{2\sqrt{3}}{\cos\theta}$，

又在$\triangle ACM$中，由$\frac{CM}{\sin 60^\circ}=\frac{CA}{\sin(60^\circ+\theta)}$，得$CM=\frac{2\sqrt{3}}{\sin(\theta+60^\circ)}$，

所以$S_{\triangle CMN}=\frac{1}{2}CM\cdot CN\cdot sin30^\circ=\frac{3}{\sin(\theta+60^\circ)\cos\theta}=\frac{3}{\frac{1}{2}\sin\theta\cos\theta+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos^2\theta}$

$=\frac{6}{\frac{\sin 2\theta}{2}+\frac{\sqrt{3}\cos 2\theta}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{12}{2\sin(2\theta+60^\circ)+\sqrt{3}}$，由$\frac{12}{2\sin(2\theta+60^\circ)+\sqrt{3}}=6\left(\sqrt{3}-1\right)$，

得$\sin(2\theta+60^\circ)=\frac{1}{2}$，$\because 0^\circ\leq\theta\leq 60^\circ$，所以$60^\circ\leq 2\theta+60^\circ\leq 180^\circ$，

所以$2\theta+60^\circ=150^\circ$，所以$\theta=45^\circ$.

江苏省仪征中学 2023 届高三年级第一学期午间训练(27)

班级__________ 姓名__________ 日期______ 评价________

请大家将解题过程或思路写在题目下方

1. 下列函数中，最小正周期为π，且为偶函数的是 (　)

A. $y=\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$　　B. $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$

C. $y=\sin|2x|$　　D. $y=|\sin x|$

2. （多选）不解三角形，根据已知条件，判断三角形的解的个数.下列说法中正确的是(　)

A. $a=7$，$b=14$，$A=30^\circ$，$\triangle ABC$有一解

B. $a=3$，$c=5$，$B=120^\circ$，$\triangle ABC$有一解

C. $a=6$，$b=9$，$A=45^\circ$，$\triangle ABC$有两解

D. $a=9$，$b=10$，$A=60^\circ$，$\triangle ABC$有两解

3. $\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$\triangle ABC$的面积为$\frac{3\sqrt{15}}{4}$，$b-c=1$，$\cos A=\frac{1}{4}$，则$a=$________.

4. 在$\triangle ABC$中，三个角A，B，C所对的边分别是a，b，c，且$a\cos B-b\cos A=c-b$.

(1)求A；

(2)若$a=\sqrt{3}$，$\triangle ABC$的面积为$\frac{\sqrt{3}}{16}(4b^2+c^2)$，求$\triangle ABC$的周长.

1. 【答案】D 解：函数$y=\tan(x+\frac{\pi}{3})$的最小正周期为π，为非奇非偶函数，故 A 不正确；

$y=\cos(2x+\frac{\pi}{2})=-\sin2x$，最小正周期为$\pi$，定义域为$R$，$-\sin(-2x)=\sin2x$，为奇函数，故 B 不正确；

$y=\sin|2x|$不是周期函数，定义域为R，$\sin|-2x|=\sin|2x|$，为偶函数，故 C 不正确；

$y=|\sin x|$的最小正周期为π，定义域为R，$|\sin(-x)|=|\sin x|$，为偶函数，故 D 正确.

2. 【答案】ABD 解：满足“ $a=7$， $b=14$， $A=30°$”，

所以 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，即 $\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{14\cdot\sin30°}{7}=1$，则 $B=90°$，

所以 满足“ $a=7$， $b=14$， $A=30°$”的$\triangle ABC$只有一解，故 A 正确 ；

$a=3$，$c=5$，$B=120°$，故由余弦定理可得$b=\sqrt{9+25+15}=7$，

所以$\triangle ABC$有一解，故 B 正确；

满足“ $a=6$， $b=9$， $A=45°$”，

所以 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，即 $\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{9\cdot\sin45°}{6}=\frac{3\sqrt{2}}{4}>1$，则$\triangle ABC$无解，故 C 错误；

满足“ $a=9$， $b=10$， $A=60°$”，

所以 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，即 $\sin B=\frac{b\cdot\sin A}{a}=\frac{10\cdot\sin60°}{9}=\frac{5\sqrt{3}}{9}$，

又因为$b>a$，则$B>A$，

所以满足“$a=9$，$b=10$，$A=60°$”的$\triangle ABC$有两解，故 D 正确.

3. 答案为$\sqrt{10}$. 解：$\because 0<A<\pi$，$\cos A=\frac{1}{4}$，

$\therefore \sin A=\sqrt{1-\cos A^2}=\frac{\sqrt{15}}{4}$，

又$\because S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{15}}{8}bc=\frac{3\sqrt{15}}{4}$，$\therefore bc=6$，

联立$b-c=1$，得方程组$\begin{cases}b-c=1\\bc=6\end{cases}$，解得$\begin{cases}b=3\\c=2\end{cases}$，负值舍去，

$\therefore a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=9+4-2\times3\times2\times\frac{1}{4}=10$，$\therefore a=\sqrt{10}$.

4. 解：(1)方法一：

由正弦定理知，已知条件可化为$\sin A\cos B-\sin B\cos A=\sin C-\sin B$，

又在$\triangle ABC$中$\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$，

所以$2\cos A\sin B=\sin B$，

因为$\sin B \neq 0$，所以$\cos A = \frac{1}{2}$，

又因为$A \in (0, \pi)$，所以$A = \frac{\pi}{3}$.

方法二：

由余弦定理得$a\cos B - b\cos A = a\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} - b\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{2(a^2-b^2)}{2c} = \frac{a^2-b^2}{c} = c - b$，

所以$a^2 - b^2 = c^2 - bc$，即$a^2 = b^2 + c^2 - bc$，

由余弦定理得$\cos A = \frac{1}{2}$，

因为$A \in (0, \pi)$，所以$A = \frac{\pi}{3}$. .

(2)方法一：因为$S = \frac{\sqrt{3}}{16}(c^2 + 4b^2) = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{\sqrt{3}}{4}bc$，

所以$c^2 + 4b^2 = 4bc$，得$c = 2b$，

由$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$知，$3 = b^2 + c^2 - bc$，

所以$c = 2$，$b = 1$，

所以$\triangle ABC$的周长为$3 + \sqrt{3}$.

方法二：

因为$S = \frac{\sqrt{3}}{16}(c^2 + 4b^2) = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{\sqrt{3}}{4}bc$，

所以$c^2 + 4b^2 = 4bc$，得$c = 2b$，

由正弦定理得$\sin C = 2\sin B = 2\sin(C + \frac{\pi}{3}) = \sin C + \sqrt{3}\cos C$，

所以$\cos C = 0$，$C = \frac{\pi}{2}$，

所以$c = 2$，$b = 1$，

所以$\triangle ABC$的周长为$3 + \sqrt{3}$.

江苏省仪征中学 2023 届高三年级第一学期午间训练(28)

班级__________ 姓名__________ 日期______ 评价________

请大家将解题过程或思路写在题目下方

1.已知函数$f(x)=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{12})\sin(\omega x+\frac{5\pi}{12})(0<\omega<1)$的图象关于点$(\frac{\pi}{3},0)$对称，将函数$f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后得到函数$g(x)$的图象，则$g(x)$的一个单调递增区间是(　)

A. $[-\frac{3\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$　　B. $[-\pi,\pi]$　　C. $[-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}]$　　D. $[0,2\pi]$

2.(多选)下列等式成立的是(　)

A.$\sin^2 75°-\cos^2 75°=\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}\sin 15°+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 15°=\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\sin 75°\cos 75°=\frac{1}{4}$　　D. $\tan 165°=2-\sqrt{3}$

3.将函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$的图象向右平移$\varphi\left(0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$个单位长度后，得到函数f(x)的图象，若函数$f(x)$是偶函数，则$\varphi=$________.

4. 已知函数$f(x)=sin\omega x(sin\omega x+cos\omega x)$的最小正周期为$\pi$，$\omega$为正实数.

(1)求ω的值；

(2)求函数$f(x)$的单调递减区间及对称轴方程.

1. B 解：$\because f(x)=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{12})\sin(\omega x+\frac{5\pi}{12})$

$=2sin(\omega x-\frac{\pi}{12})sin[\frac{\pi}{2}+(\omega x-\frac{\pi}{12})]$

$=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{12})\cos(\omega x-\frac{\pi}{12})=\sin(2\omega x-\frac{\pi}{6})$，

又$f(x)$的图象关于点$(\frac{\pi}{3}，0)$对称，

$\therefore \sin(2\omega\times\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6})=0$，$(0<\omega<1)$，

$\therefore \omega=\frac{1}{4}$，即$f(x)=\sin(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{6})$，

将函数$f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$单位长度后得到函数$g(x)=sin[\frac{1}{2}(x+\frac{\pi}{3})-\frac{\pi}{6}]=sin\frac{1}{2}x$，

$\therefore g(x)$的单调递减区间为：$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant\frac{1}{2}x\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，

解得$-\pi+4k\pi\leqslant x\leqslant 4k\pi+\pi$，$k\in Z$，

当$k=0$时，可得$g(x)$的一个单调递增区间为$[-\pi,\pi]$.

2. AC 解：对于A、$\sin^2 75°-\cos^2 75°=-\cos150°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，正确；

对于B、$\frac{1}{2}\sin15°+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos15°=\sin(15°+60°)=\sin75°\neq\frac{\sqrt{2}}{2}$，故错误；

对于C、$\sin75°\cos75°=\frac{1}{2}\sin150°=\frac{1}{4}$，正确；

对于D、因为$\tan165°=-\tan15°<0$，故错误；

3. 【答案】$\frac{\pi}{3}$ 【解答】解：因为$y=2sin(2x+\frac{\pi}{6})$，

将$y=2sin(2x+\frac{\pi}{6})$的图象向右平移$\varphi(\varphi>0)$个单位长度，得到$f(x)$的图象，

则$f(x)=2sin[2(x-\varphi)+\frac{\pi}{6}]=2sin(2x+\frac{\pi}{6}-2\varphi)$，

又$f(x)$是偶函数，所以$\frac{\pi}{6}-2\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}$，即$\varphi=-\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}$，$k\in Z$

又$\varphi>0$，所以φ的最小值为$\frac{\pi}{3}$，

4. 解：(1) $\because$函数$f(x)=sin\omega x(sin\omega x+cos\omega x)$

$$=\sin^2\omega x+sin\omega xcos\omega x=\frac{1-cos2\omega x}{2}+\frac{1}{2}sin2\omega x$$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2\omega x-\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2}$的最小正周期为$\frac{2\pi}{2\omega}=\pi$，

$\therefore \omega=1$，$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2}$；

(2)对于函数$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2}$,

令$2k\pi+\frac{\pi}{2}\leq 2x-\frac{\pi}{4}\leq 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$k\in Z$，

求得$k\pi+\frac{3\pi}{8}\leq x\leq k\pi+\frac{7\pi}{8}$，$k\in Z$，

可得函数的减区间为$[k\pi+\frac{3\pi}{8},k\pi+\frac{7\pi}{8}]$，$k\in Z$，

令$2x-\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，求得$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{3\pi}{8}$，$k\in Z$，

可得函数的图象的对称轴方程为$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{3\pi}{8}$，$k\in Z$.

江苏省仪征中学 2023 届高三年级第一学期午间训练(29)

班级__________　　　　姓名__________　　　日期______　　评价________

请大家将解题过程或思路写在题目下方

1.已知$\sin(\frac{\pi}{4}-x)=\frac{2\sqrt{2}}{3}, 0<x<\frac{\pi}{4}$,则$\frac{\cos 2x}{\cos(\frac{\pi}{4}+x)}$=(　)

A. $\frac{2}{3}$　　　　B. $-\frac{2}{3}$　　　　C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$　　　　D. $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$

2.（多选）已知角A，B，C是锐角三角形ABC的三个内角，下列结论一定成立的是（　　）

A. $\sin(B+C)=\sin A$　　　　B. $\sin(\frac{A+B}{2})=\cos\frac{C}{2}$

C. $\sin B<\cos A$　　　　D. $\cos(A+B)<\cos C$

3. 函数$y=\sin x-\cos x+\sin x\cos x$的值域为_________.

4. 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$\cos^2 C=\sin^2 A+\cos^2 B+\sin A\sin C$.

(1)求角B的大小;

(2)若$b=2\sqrt{3}$，角B的角平分线交AC于D，且$BD=1$，求$\triangle ABC$的周长.

1. 【答案】A 解：$\because 0<x<\frac{\pi}{4}, \sin(\frac{\pi}{4}-x)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\therefore -\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{4}-x<\frac{\pi}{4}$，

$\therefore \cos(\frac{\pi}{4}-x)=\frac{1}{3}$.

$cos2x=\sin[(\frac{\pi}{4}-x)+(\frac{\pi}{4}-x)]=2sin(\frac{\pi}{4}-x)\cos(\frac{\pi}{4}-x)=2\times\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$.

$\cos(\frac{\pi}{4}+x)=\sin[\frac{\pi}{2}-(\frac{\pi}{4}-x)]=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

那么：$\frac{cos2x}{\cos(\frac{\pi}{4}+x)}=\frac{\frac{4\sqrt{2}}{9}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}=\frac{2}{3}$.

2. 【答案】ABD 解：对于A，$\sin(B+C)=\sin(\pi-A)=\sin A$，正确;

对于B，$\sin(\frac{A+B}{2})=\sin(\frac{\pi-C}{2})=\cos\frac{C}{2}$，正确;

对于C，若$A=60°$，$B=45°$，$C=75°$，

显然$\sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}>\frac{1}{2}=\cos A$，故错误;

对于D，由$\cos(A+B)=\cos(\pi-C)=-\cos C$，

由C为锐角，可得：$\cos C>0$，可得$\cos(A+B)=-\cos C<\cos C$，正确.

3. 【答案】$[-\frac{1}{2}-\sqrt{2},1]$

解：$\because y=sinx-cosx+sinxcosx$，

设$t=sinx-cosx=\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})(-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2})$则：$sinxcosx=\frac{1-t^2}{2}$，

因此函数关系式转化为：$g(t)=-\frac{1}{2}t^2+t+\frac{1}{2}$

$$=-\frac{1}{2}(t-1)^2+1\ (-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2})$$

$\therefore g(t)_{max}=g(1)=1$，$g(t)_{min}=g(-\sqrt{2})=-\sqrt{2}-\frac{1}{2}$，

故$y=sinx-cosx+sinxcosx$的值域为$[-\frac{1}{2}-\sqrt{2},1]$.

故答案为$[-\frac{1}{2}-\sqrt{2},1]$.

4. 解：(1)因为$\cos^2C=\sin^2A+\cos^2B+\sin A\sin C$，

由三角函数的基本关系式，可得$1-\sin^2C=\sin^2A+1-\sin^2B+\sin A\sin C$，

即$\sin^2A+\sin^2C-\sin^2B=-\sin A\sin C$，

又由正弦定理得$a^2+c^2-b^2=-ac$，

由余弦定理得$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=-\frac{ac}{2ac}=-\frac{1}{2}$，

因为$B\in(0,\pi)$，所以$B=\frac{2\pi}{3}$.

(2)由B的角平分线BD将$\triangle ABC$分为$\triangle ABD$和$\triangle BCD$，

如图所示，可得$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}$，

因为$B=\frac{2\pi}{3}$，可得$\angle ABD=\angle CBD=\frac{\pi}{3}$，且$BD=1$，

所以$\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}c\cdot BD\sin\angle ABD+\frac{1}{2}a\cdot BD\sin\angle CBD$，

即$\frac{1}{2}ac\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}c\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}a\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2}$，整理得$\frac{\sqrt{3}}{2}ac=\frac{\sqrt{3}}{2}(a+c)$，即$a+c=ac$，

又由$b=2\sqrt{3}$，可得$(2\sqrt{3})^2=a^2+c^2-2ac\cos\frac{2\pi}{3}$，

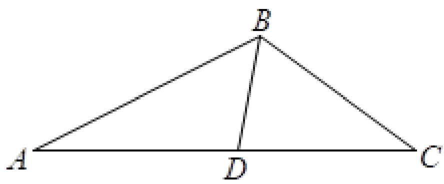
即$a^2+c^2+ac=12$，

又由$(a+c)^2=a^2+c^2+2ac=12+ac=a^2c^2$，

即$(ac)^2-ac-12=0$，解得$ac=4$或$ac=-3$(舍去)，

所以$a+c=ac=4$

所以$\triangle ABC$的周长为$4+2\sqrt{3}$.



【解析】本题考查三角形的正弦定理、余弦定理，考查了学生的计算能力，属于中档题.

(1)由三角函数的基本关系式及正余弦定理化简可得答案；

(2)由B的角平分线BD将$\triangle ABC$分为$\triangle ABD$和$\triangle BCD$，可得$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}$，由三角形面积公式及余弦定理求出$ac$的值，即可求出$\triangle ABC$周长.