江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高三数学学科导学案

解析几何中的面积问题

研制人：谢霞　　审核人：陈宏强

班级：______________ 姓名：______________ 学号：__________ 授课日期：

【课标要求】

1．通过对面积问题的求解，体会解析几何“用数研究形”的本质特征，以及“斜化直”的思想方法；

2．综合、灵活地使用转化与化归、数形结合、特殊到一般、设而不求、消元等基本思想方法.

【基础训练】

1. 已知双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，若双曲线上一点 P 使得 $\angle F_1PF_2=60^\circ$，求 $\triangle F_1PF_2$ 的面积（　　）

A．$\frac{7\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{14\sqrt{3}}{3}$　　C．$7\sqrt{3}$　　D．$14\sqrt{3}$

2.(多选题) 已知曲线 C 的方程为 $x^2+\frac{y^2}{9}=1(0<x\le 1)$，$A(0,-3),B(0,3),D(-1,0)$，点 P 是 C 上的动点，直线 AP 与直线 $x=5$ 交于点 M，直线 BP 与直线 $x=5$ 交于点 N，则 $\triangle DMN$ 的面积可能为（　　）

A．73　　B．76　　C．68　　D．72

3. 已知点 $A(0,2)$，抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，准线为 l，线段 FA 交抛物线于点 B．过 B 作 l 的垂线，垂足为 M，若 $AM\perp MF$，则 ΔAFM 的面积 $S=$__________.

变式： 直线 l 与抛物线 $y=x^2$ 交于 A，C 两点，B 为抛物线上一点，A，B，C 三点的横坐标依次成等差数列.若 $\triangle ABC$ 中，AC 边上的中线 BP 的长为 3，则 ΔABC 的面积为____.

4. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$，过右焦点的直线 $l:y=x-1$ 与椭圆交与 A,B 两点，O 为坐标原点，则 ΔOAB 的面积为__________.

变式： 已知 F_1,F_2 分别为椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，Q 为椭圆 C 上的一点，且 ΔQF_1O 为正三角形(O 为坐标原点)，若射线 QF_1,QO 交椭圆分别相交于点 P,R，则 ΔQF_1O 与 ΔQPR 的面积的比值为______.

【例题精讲】

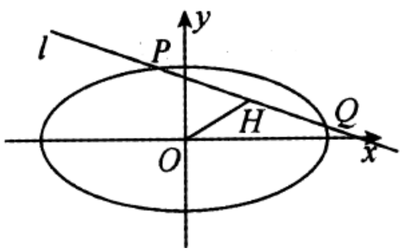
例 1．设椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$经过点 M$\left(\sqrt{3},\frac{1}{2}\right)$，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1)求椭圆 E 的标准方程；

(2)设椭圆 E 的右顶点为 A，过定点$N\left(1,0\right)$且斜率不为 0 的直线与椭圆 E 交于 B，C 两点，设直线 AB，AC 与直线$x=4$的交点分别为 P，Q，求$\triangle APQ$面积的最小值.

变式：

例 2．已知椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+y^2=1$，直线l与椭圆C交于点P,Q，线段PQ的中点为H,O为坐标原点且$OH=1$，求$\triangle POQ$面积的最大值.



江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高三数学学科作业

解析几何中的面积问题

研制人：谢霞　　审核人：陈宏强

班级：______________ 姓名：______________学号：__________时长：60 分钟

1. 直线l经过抛物线$y^2=4x$的焦点F且与抛物线交于A、B两点，过A、B两点分别向抛物线的准线作垂线，垂足分别为P、Q，则$\triangle PQF$的面积的最小值是（　　）

A．$2\sqrt{3}$　　B．4　　C．$4\sqrt{2}$　　D．6

2. 椭圆$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$的左焦点为$F$，直线$y=kx-1$与椭圆相交于$A$、$B$两点，当$\Delta FAB$的周长最大时，$\Delta FAB$的面积为________.

3. 已知圆$M:(x+1)^2+y^2=16$，点$N(1,0)$，P是圆M上一动点，若线段PN的垂直平分线与线段PM相交于点E.

(1)求点E的轨迹方程；

(2)已知A,B,C为点E的轨迹上三个点（A,B,C不在坐标轴上），且$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，求$S_{\Delta ABC}$的值.

4*. 已知点 M（x，y）与定点 F（1，0）的距离是点 M 到直线 $x-2=0$ 距离的 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 倍．设点 M 的轨迹为曲线 Γ，直线 l：$x+my+1=0$（$m\in\mathbf{R}$）与 Γ 交于 A，B 两点，点 C 是线段 AB 的中点，P，Q 是 Γ 上关于原点 O 对称的两点，且 $\overrightarrow{PO}=\lambda\overrightarrow{OC}$（$\lambda>0$）．

（1）求曲线 Γ 的方程；

（2）当四边形 $PAQB$ 的面积 $S=\sqrt{6}$ 时，求 λ 的值．

5.平面直角坐标系xOy中,已知椭圆C:$\frac{x^2}{\alpha^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(\alpha>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$,且点$\left(\sqrt{3},\frac{1}{2}\right)$在椭圆$C$上.

(1)求椭圆C的方程;

(2)设椭圆E:$\frac{x^2}{4a^2}+\frac{y^2}{4b^2}=1$,$P$为椭圆$C$上任意一点,过点$P$的直线$y=kx+m$交椭圆$E$于$A,B$两点,射线$PO$交椭圆$E$于点$Q$. (i)求$\frac{|OQ|}{|OP|}$的值; (ii)求$\triangle ABQ$面积的最大值.