**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学学科导学案**

**平面向量的概念及线性运算**

研制人：葛生芳 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1. 通过对力、速度、位移等的分析，了解平面向量的实际背景，理解平面向量的意义和两个向量相等的含义，理解平面向量的几何表示和基本要素；

2. 借助实例和平面向量的几何表示，掌握平面向量加、减运算及运算规则，理解其几何意义，通过实例分析，掌握平面向量数乘运算及运算规则，理解其几何意义，理解两个平面向量共线的含义，了解平面向量的线性运算性质及其几何意义；

3. 向量共线定理： $\overset{\to }{a}与\overset{\to }{b}$ （$\overset{\to }{a}$非零）共线的充要条件是有且只有一个实数$λ$，使得$\overset{\to }{b}$=$λ\overset{\to }{a}$.

 **【基础训练】**

1. 以下说法中正确的个数是(　　)① $|\overset{\to }{a}|$ 与 $|\overset{\to }{b}|$ 是否相等与 $\overset{\to }{a}$，$\overset{\to }{b}$ 的方向无关； ② 两个具有公共终点的向量，一定是共线向量；③ 两个向量不能比较大小，但它们的模能比较大小； ④ 单位向量都是共线向量；⑤ 零向量的长度为 $0$，没有方向

A．$0$ B．$1$ C．$2$ D．$3$

2. 对于非零向量***a***，***b***，“***a***＋2***b***＝0”是“***a***∥***b***”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

3. 已知$O$是$△ABC$所在平面内一点，$D$为$BC$边的中点，且$2\overset{\to }{OA}+\overset{\to }{OB}+\overset{\to }{OC}=0$，那么(　 )

A．$\overset{\to }{AO}=\overset{\to }{OD}$ B．$\overset{\to }{AO}=2\overset{\to }{OD}$ C．$\overset{\to }{AO}=3\overset{\to }{OD}$ D．$2\overset{\to }{AO}=\overset{\to }{OD}$

4. （多选）下列关于平面向量的说法中不正确的是(　　)

A．已知 $\overset{\to }{a}$，$\overset{\to }{b}$ 均为非零向量，则 $\overset{\to }{a}//\overset{\to }{b}⇔$存在唯一的实数 $λ$，使得 $\overset{\to }{b}=λ\overset{\to }{a}$B．若向量 $\overset{\to }{AB}$，$\overset{\to }{CD}$ 共线，则点 $A$，$B$，$C$，$D$ 必在同一直线上C．若 $\overset{\to }{a}⋅\overset{\to }{c}=\overset{\to }{b}⋅\overset{\to }{c}$ 且$\overset{\to }{c}\ne 0$，则 $\overset{\to }{a}=\overset{\to }{b}$D．若点 $G$ 为 $△ABC$ 的重心，则 $\overset{\to }{GA}+\overset{\to }{GB}+\overset{\to }{GC}=0$

****5．四边形*ABCD*中，对角线*AC*与*BD*交于点*O*，若2＋＝2＋，则四边形*ABCD*的形状为\_\_\_\_\_\_\_\_．

6．如图, $e\_{1},e\_{2}$为互相垂直的单位向量, 则向量$a−b$可用$e\_{1},e\_{2}$表示

为\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【知识梳理】**

1．向量的有关概念

2．向量的线性运算

3．向量共线定理

**【例题精讲】**

**题型一 平面向量的基本(有关)概念**

**例1 .**下列说法正确的是( )

A. 向量$\vec{AB}$与$\vec{BA}$表示同一个向量 B. 两个有公共终点的向量是平行向量

C. 零向量与单位向量是平行向量 D. 对任一向量$a, \frac{a}{|a|}$是一个单位向量

**变式** 下列说法正确的是( )

A. 向量$\vec{AB}$与$\vec{BA}$是平行向量

B. 若$a,b$都是单位向量, 则$a=b$

C. 若$\vec{AB}=\vec{DC}$, 则 $A,B,C,D$ 四点构成平行四边形

D. 两向量相等的充要条件是它们的始点、终点相同

**题型二 向量加、减运算的几何意义运用(向量的线性运算)**

**例2**.在$△ABC$中, $AB=2,BC=3\sqrt{3},∠ABC=30^{∘},AD$为边$BC$上的高. 若 $\vec{AD}=λ\vec{AB}+μ\vec{AC}$,

则 $λ=$\_\_\_\_\_\_\_\_,$μ=$\_\_\_\_\_\_\_\_．

**变式** 设平面内有四边形$ABCD$和点$O$, $\vec{OA}=a,\vec{OB}=b,\vec{OC}=c,\vec{OD}=d$, 若$a+c=b+d$, 则四边形$ABCD$的形状是\_\_\_\_\_\_\_\_.

**题型三 平面向量的线性运算**

**例3**. 在$△ABC$中, $AD$为边$BC$上的中线, $E$为$AD$的中点, 则$\vec{EB}=$\_\_\_\_\_\_\_\_.

A. $\frac{3}{4}\vec{AB}−\frac{1}{4}\vec{AC}$ B. $\frac{1}{4}\vec{AB}−\frac{3}{4}\vec{AC}$ C. $\frac{3}{4}\vec{AB}+\frac{1}{4}\vec{AC}$ D. $\frac{1}{4}\vec{AB}+\frac{3}{4}\vec{AC}$

**变式1** 设点$O$在$△ABC$所在平面内, 点$D$是边$BC$的中点. 若$2\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}=0$, 则$△BOD$与

$ △ABC$的面积之比 $\frac{S\_{△BOD}}{S\_{△ABC}}=$\_\_\_\_\_\_\_\_.

**变式2** 已知点$M$是$△ABC$所在平面内的一点, 若满足$6\vec{AM}−\vec{AB}−2\vec{AC}=0$, 且$S\_{△ABC}=λS\_{△ABM}$, 则实数$λ$的值是\_\_\_\_\_\_\_\_.

**题型四 向量共线定理及应用**

**例4.** 已知两个非零向量 $a,b$ 不共线, $\vec{OA}=a+b$, $\vec{OB}=a+2b,\vec{OC}=a+3b$.

(1) 证明: $A,B,C$ 三点共线;

(2) 试确定实数$k$, 使$ka+b$与$a+kb$共线.

**变式**  已知点$P$是直线$P\_{1}P\_{2}$上一点, 且$\vec{P\_{1}P}=−\frac{1}{3}\vec{PP\_{2}}$, 若$\vec{P\_{2}P\_{1}}=λ\vec{PP\_{2}}$, 则实数$λ=$\_\_\_\_\_\_\_\_.

**【课堂小结】**

**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学学科作业**

**平面向量的概念及线性运算**

研制人：葛生芳 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

1.如图，$P$，$Q$ 是 $△ABC$ 的边 $BC$ 上的两点，且 $\overset{\to }{BP}=\overset{\to }{QC}$，则化简 $\overset{\to }{AB}+\overset{\to }{AC}−\overset{\to }{AP}−\overset{\to }{AQ}$ 的结果为

(　　)A．$\overset{\to }{0}$ B．$\overset{\to }{BP}$

 C．$\overset{\to }{PQ}$ D．$\overset{\to }{PC}$

2.已知 $\overset{\to }{AB}=\overset{\to }{a}+3\overset{\to }{b}$，$\overset{\to }{BC}=5\overset{\to }{a}+3\overset{\to }{b}$，$\overset{\to }{CD}=−3\overset{\to }{a}+3\overset{\to }{b}$，则(　　)

A．$A$、$B$、$C$ 三点共线 B．$A$、$B$、$D$ 三点共线C．$A$、$C$、$D$ 三点共线 D．$B$、$C$、$D$ 三点共线

3.在 $ΔABC$ 中，已知 $D$ 是 $BC$ 延长线上一点，若 $\overset{\to }{BC}=2\overset{\to }{CD}$，点 $E$ 为 $AD$ 线段的中点，$\overset{\to }{AE}=λ\overset{\to }{AB}+\frac{3}{4}\overset{\to }{AC}$，则 $λ=$(　　)A．$\frac{1}{4}$ B．$−\frac{1}{4}$C．$\frac{1}{3}$ D．$−\frac{1}{3}$

4．在△*ABC*中，点*D*是边*BC*上任意一点，*M*是线段*AD*的中点，若存在实数*λ*和*μ*，使得＝*λ*＋*μ*，则*λ*＋*μ*＝(　　)

A. B.－ C．2 D．－2

5．如图，在△*ABC*中，点*D*在线段*BC*上，且满足*BD*＝*DC*，过点*D*的直线分别交直线*AB*，*AC*于不同的两点*M*，*N*，若＝*m*，＝*n*，则(　　)

A．*m*＋*n*是定值，定值为2 B．2*m*＋*n*是定值，定值为3

C. ＋是定值，定值为2 D.＋是定值，定值为3

6．(多选)在△*ABC*中，下列命题正确的是(　　 )

A．－＝ B．＋＋＝**0**

C．若(＋)·(－)＝0，则△*ABC*为等腰三角形

D．若·＞0，则△*ABC*为锐角三角形

7．(多选)设点*M*是△*ABC*所在平面内一点，则下列说法正确的是(　　)

A．若＝＋，则点*M*是边*BC*的中点

B．若＝2－，则点*M*在边*BC*的延长线上

C．若＝－－，则点*M*是△*ABC*的重心

D．若＝*x*＋*y*，且*x*＋*y*＝，则△*MBC*的面积是△*ABC*面积的

8．在△*ABC*中，点*D*在线段*BC*的延长线上，且＝3，点*O*在线段*CD*上(与点*C*，*D*不重合)，若＝*x*＋(1－*x*)，则*x*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

9．在△*ABC*中，∠*A*＝60°，∠*A*的平分线交*BC*于点*D*，若*AB*＝4，且＝＋*λ* (*λ*∈R)，则*AD*的长为\_\_\_\_\_\_\_\_．

10.$D$，$E$，$F$ 分别为 $△ABC$ 的边 $BC$，$CA$，$AB$ 上的中点，且 $\overset{\to }{BC}=\overset{\to }{a}$，$\overset{\to }{CA}=\overset{\to }{b}$，给出下列命题：① $\overset{\to }{AD}=−\frac{1}{2}\overset{\to }{a}−\overset{\to }{b}$；② $\overset{\to }{BE}=\overset{\to }{a}+\frac{1}{2}\overset{\to }{b}$；③ $\overset{\to }{CF}=−\frac{1}{2}\overset{\to }{a}+\frac{1}{2}\overset{\to }{b}$；④ $\overset{\to }{AD}+\overset{\to }{BE}+\overset{\to }{CF}=\overset{\to }{0}$．其中正确命题的序号为 \_\_\_\_\_\_\_\_．

11.如图，在△*ABC*中，*D*为*BC*的四等分点，且靠近*B*点，*E*，*F*分别为*AC*，*AD*的三等分点，且分别靠近*A*，*D*两点，设＝***a***，＝***b***.

(1)试用***a***，***b***表示，，；

(2)证明：*B*，*E*，*F*三点共线．