**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学学科导学案**

**平面向量的综合应用**

研制人：李生波 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1.运用平面向量的数量积解决三角形中的相关问题；

2.复杂情境下平面向量的数量积的计算；

3.与数量积相关的最值与范围问题.

**【基础训练】**

1*.* 若*P*为△*ABC*所在平面内一点,且*|*$\vec{PA}$*-*$\vec{PB}$*|=|*$\vec{PA}$*+*$\vec{PB}$*-*2$\vec{PC}$*|*,则△*ABC*的形状为()*.*

A. 等边三角形 B. 等腰三角形 C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形

2*.* 在△*ABC*中,($\vec{BC}$*+*$\vec{BA}$)·$\vec{AC}$*=|*$\vec{AC}$*|*2,则△*ABC*的形状一定是()*.*

A. 等边三角形 B. 等腰三角形 C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形

3*.* 已知点，是椭圆上的动点，且，则的取值范围是()*.*

A． B． C． D．

4*.* 如图,*C*、*D*是以*AB*为直径的圆*O*上的动点,已知*|AB|=*2,则$\vec{AC}$·$\vec{BD}$的最大值是()*.*

A. $\frac{1}{2}$ B. $\sqrt{5}$*-*$\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{3}$*-*1

5．一质点受到平面上的三个力*F*1,*F*2,*F*3(单位:N)的作用而处于平衡状态,已知*F*1,*F*2成60°角,且*F*1,*F*2的大小分别为2 N和4 N,则*F*3的大小为N*.*

6．如图,在△*ABC*中,*D*是*BC*的中点,*E*在边*AB*上,*BE=*2*EA*,*AD*与*CE*交于点*O.*若$\vec{AB}$·$\vec{AC}$*=*6$\vec{AO}$·$\vec{EC}$,则$\frac{AB}{AC}$的值是*.*

**【知识梳理】**

1.平面向量的线性运算

2.平面向量基本定理

3.平面向量的数量积

**【例题精讲】**

一、平面向量与解三角形

**例1.** 已知的面积为，且**.**

（1）求；

（2）若，，求.

**变式**　在△*ABC*中,角*A*,*B*,*C*的对边分别为*a*,*b*,*c.*若$\vec{AB}$·$\vec{AC}$*=*$\vec{CA}$·$\vec{CB}$*=k*(*k*∈R)*.*

(1) 判断△*ABC*的形状;

(2) 若*k=*2,求*b*的值*.*

二、平面向量与三角形的“四心” 问题

**例2.** (1)已知$O$,$N,P$在$△ABC$所在平面内,满足$|\vec{OA}|=|\vec{OB}|=|\vec{OC}|,\vec{NA}+\vec{NB}+\vec{NC}=0$,且$\vec{PA}⋅\vec{PB}= \vec{PB}⋅\vec{PC}=\vec{PC}⋅\vec{PA}$,则点$O,N,P$依次为$△ABC$的$( )$

A.重心、外心、垂心 B.重心、外心、内心

C.外心、重心、垂心 D.外心、重心、内心

(2)在$△ABC$中,已知$|\vec{AB}|=3$,$|\vec{AC}|=2,\vec{AD}=\frac{1}{2}\vec{AB}+\frac{3}{4}\vec{AC}$,则直线$AD$通过$△ABC$的$( )$

A.重心 B.外心 C.垂心 D.内心

**变式** 已知$A,B,C$是平面内不共线的三点,$O$为坐标原点,动点$P$满足$\vec{OP}=\frac{1}{3}[(1−λ)\vec{OA}+(1−λ)\vec{OB}+(1+2λ)\vec{OC}]$,$λ\in R$,则点$P$的轨迹一定经过$( )$

A.$△ABC$的内心 B.$△ABC$的垂心 C.$△ABC$的重心 D.$AB$边的中点



三、与平面向量相关的最值与范围

**例3.** (1)如图，菱形$ABCD$，边长为$6$，$\vec{BE}=\frac{1}{2}\vec{BC}$，$\vec{CF}=2\vec{FD}$．

则$\vec{AE}⋅\vec{EF}$的取值范围是**．**

(2)如图，已知*AC*＝2，*B*为*AC*的中点，分别以*AB*，*AC*为直径

在*AC*同侧作半圆，*M*，*N*分别为两半圆上的动点(不含端点*A*，

*B*，*C*)，且，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

**课堂小结**

**江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期高三数学学科作业**

**平面向量综合应用**

研制人：李生波 审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

1. 在△*ABC*中,$\frac{\vec{AB}·\vec{BC}}{5}$*=*$\frac{\vec{BC}·\vec{CA}}{4}$*=*$\frac{\vec{CA}·\vec{AB}}{3}$,则sin*A∶*sin*B∶*sin*C=*()*.*

A. 9∶7∶8 B. $\sqrt{9}$∶$\sqrt{7}$∶$\sqrt{8}$ C. 6∶8∶7 D. $\sqrt{6}$∶$\sqrt{8}$∶$\sqrt{7}$

2. 已知*O*为四边形*ABCD*所在平面内的一点,且向量$\vec{OA}$,$\vec{OB}$,$\vec{OC}$,$\vec{OD}$满足等式$\vec{OA}$*+*$\vec{OC}$*=*$\vec{OB}$*+*$\vec{OD}$,若点*E*为*AC*的中点,则$\frac{S\_{△EAB}}{S\_{△BCD}}$*=*()*.*

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

3. 已知点$P$为$△ABC$所在平面内一点，且满足$\overset{\to }{AP}=λ(\frac{\overset{\to }{AB}}{|\overset{\to }{AB}|cos⁡B}+\frac{\overset{\to }{AC}}{|\overset{\to }{AC}|cos⁡C})(λ\in R)$，则直线$AP$必经过$△ABC$的(　　)

A．重心 B．内心 C．垂心 D．外心



4. 如图，在平面四边形中，，，，

．若点为边上的动点，则的最小值为　　

A． B．

C． D．3

5.(多选题) 已知 $O$ 为坐 标原点, 点 $P\_{1}(cos⁡α,sin⁡α),P\_{2}(cos⁡β,−sin⁡β)$, $P\_{3}(cos⁡(α+β),sin⁡(α+β)),A(1,0)$, 则　　

A. $\left|\vec{OP\_{1}}\right|=\left|\vec{OP\_{2}}\right|$ B. $\left|\vec{AP\_{1}}\right|=\left|\vec{AP\_{2}}\right|$ C. $\vec{OA}⋅\vec{OP\_{3}}=\vec{OP\_{1}}⋅\vec{OP\_{2}}$ D. $\vec{OA}⋅\vec{OP\_{1}}=\vec{OP\_{2}}⋅\vec{OP\_{3}}$

6.一条河宽为400 m,一船从*A*出发垂直航行到达河正对岸的*B*处,船速为20 km/h,水速为12 km/h,则船到达*B*处所需时间为min*.*

7.已知圆*x*2*+y*2*+*4*x-*5*=*0的弦*AB*的中点为(*-*1,1),直线*AB*交*x*轴于点*P*,则$\vec{PA}$·$\vec{PB}$的值为*.*

8.已知菱形*ABCD*中,对角线*AC=*$\sqrt{3}$,*BD=*1,*P*是*AD*边上的动点(包括端点),则$\vec{PB}$·$\vec{PC}$的取值范围为*.*

9. 在△*ABC*中,∠*BAC=*$\frac{2π}{3}$,已知*BC*边上的中线*AD=*3,则△*ABC*面积的最大值为*.*

10. 已知平面直角坐标系内三点*A*、*B*、*C*在一条直线上,满足$\vec{OA}$*=*(*-*3,*m+*1), $\vec{OB}$*=*(*n*,3), $\vec{OC}$*=*(7,4),且$\vec{OA}$⊥$\vec{OB}$,其中*O*为坐标原点*.*

(1) 求实数*m*, *n*的值;

(2) 设△*AOC*的重心为*G*,且$\vec{OG}$*=*$\frac{2}{3}\vec{OB}$,求cos∠*AOC*的值*.*

11.在$△ABC$中, 角$A,B,C$ 的对边分别为$a,b,c$, 且满足$(\sqrt{2}a−c)\vec{BA}⋅\vec{BC}=c\vec{CB}⋅\vec{CA}$，

(1)求角$B$的大小;

(2) 若$|\vec{BA}−\vec{BC}|=\sqrt{6}$, 求$△ABC$面积的最大值.

12.如图,在*xOy*平面上,点*A*(1,0),点*B*在单位圆上,∠*AOB=θ*(0*<θ<*π)*.*

(1) 若点*B*$\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$,求tan$\left(\frac{θ}{2}+\frac{π}{4}\right)$的值;

(2) 若$\vec{OA}$*+*$\vec{OB}$*=*$\vec{OC}$,四边形*OACB*的面积用*Sθ*表示,求*Sθ+*$\vec{OA}$·$\vec{OC}$的取值范围*.*

