

# 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰      审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 时间：4.26 作业时长：30 分钟

## 一、单项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

1. 定义：直线的方向用一个与该直线平行的非零向量来表示，该向量称为这条直线的方向向量.

若向量  $\vec{a} = (1, x)$ ,  $\vec{b} = (-2, 1-x)$  均为直线  $l$  的方向向量，则向量  $\vec{a}, \vec{b}$  夹角的余弦值为 ( )

- A. 1                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{10}$                       C. 0                      D. -1

2.  $(2^x - 1)(2 - 2^x)^5$  的展开式中  $8^x$  的项的系数为 ( )

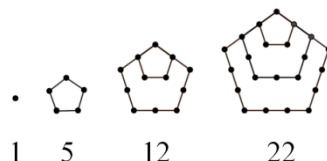
- A. 120                      B. 80                      C. 60                      D. 40

3. 公元前四世纪，毕达哥拉斯学派对数和形的关系进行了研究. 他们借助几何图形（或格点）来表示数，称为形数. 形数是联系算数和几何的纽带. 图为五角形数的前 4 个，则第 10 个五角形数为 ( )

- A. 120                      B. 145  
C. 270                      D. 285

4. 若正数  $a, b$  满足  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ ，则  $\frac{1}{a-1} + \frac{4}{b-1}$  的最小值为 ( )

- A. 4                      B. 6  
C. 9                      D. 16



## 二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分.

5. 已知角  $\alpha$  的顶点与原点重合，始边与  $x$  轴非负半轴重合，终边上的一点为  $P(2m, -m)$  ( $m \neq 0$ )，则下列各式一定为负值的是 ( )

- A.  $\sin \alpha \cos \alpha$                       B.  $\tan \alpha$                       C.  $\cos \alpha - \sin \alpha$                       D.  $\cos 2\alpha$

6. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ， $a_1 = 1$ ， $S_{n+1} = S_n + 2a_n + 1$ ，数列  $\left\{ \frac{2^n}{a_n \cdot a_{n+1}} \right\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ，

$n \in \mathbf{N}^*$ ，则下列选项中正确的为 ( )

- A. 数列  $\{a_n + 1\}$  是等差数列                      B. 数列  $\{a_n + 1\}$  是等比数列  
C. 数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = 2^n - 1$                       D.  $T_n < 1$

## 三、填空题：本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 20 分.

7. 某班要从甲、乙、丙、丁、戊 5 人中选出 4 人参加  $4 \times 100$  米的接力赛，若甲不能跑第一棒，乙不能跑最后一棒，丙丁两人如果都参加，他们必须是相邻的两棒，则不同的选派方式有 \_\_\_\_\_ 种.

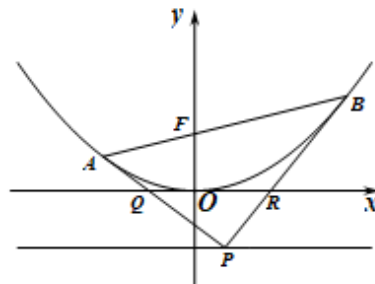
8. 过点  $P(-1, 0)$  作曲线  $C: y = e^{x-1}$  (其中  $e$  为自然对数的底数) 的切线，切点为  $T_1$ ，设  $T_1$  在  $x$  轴上的投影是点  $H_1$ ，过点  $H_1$  再作曲线  $C$  的切线，切点为  $T_2$ ，设  $T_2$  在  $x$  轴上的投影是点  $H_2$ ，依次下去，得到第  $n+1$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ) 个切点  $T_{n+1}$ ，则点  $T_{2020}$  的坐标是 \_\_\_\_\_.

四、解答题：本大题共 2 小题，共 24 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

9. 已知点  $F$  是抛物线  $C: x^2 = 4y$  的焦点， $P$  是其准线  $l$  上任意一点，过点  $P$  作直线  $PA$ ， $PB$  与抛物线  $C$  相切， $A$ ， $B$  为切点， $PA$ ， $PB$  与  $x$  轴分别交于  $Q$ ， $R$  两点．

(1) 求焦点  $F$  的坐标，并证明直线  $AB$  过点  $F$ ；

(2) 求四边形  $ABRQ$  面积的最小值．



# 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰      审核人：陈宏强

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 时间：4.30 作业时长：30 分钟

## 一、单项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

1. 设  $A, B, C$  在一条直线上,  $O$  在该直线外, 已知  $\overrightarrow{OC} = 3x\overrightarrow{OA} + (2-5x)\overrightarrow{OB}$ , 则  $x$  等于 ( )

- A. 0                      B. 0.5                      C. 1                      D. 1.5

2. 已知角  $\alpha$  为第三象限角, 若  $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = 3$ , 则  $\sin \alpha =$  ( )

- A.  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$                       B.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

3. 以抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为圆心, 且与抛物线的准线相切的圆的方程为 ( )

- A.  $(x-2)^2 + y^2 = 16$                       B.  $(y-2)^2 + x^2 = 16$   
C.  $(x-1)^2 + y^2 = 4$                       D.  $(y-1)^2 + x^2 = 4$

4. 已知函数  $f(x)$  的周期为 2, 当  $x \in [-1, 1]$  时,  $f(x) = x^2$ , 那么函数  $f(x)$  的图像与  $y = |\lg x|$  函数的图像的交点共有 ( )

- A. 10 个                      B. 9 个                      C. 8 个                      D. 1 个

## 二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分.

5. 下列命题为真命题的是 ( )

- A. 若  $a > b$ , 则  $ac^2 > bc^2$                       B. 若  $-2 < a < 3, 1 < b < 2$ , 则  $-4 < a-b < 2$   
C. 若  $b < a < 0, m < 0$ , 则  $\frac{m}{a} > \frac{m}{b}$                       D. 若  $a > b, c > d$ , 则  $ac > bd$

6.  $\left(x + \frac{a}{x}\right)\left(2x - \frac{1}{x}\right)^5$  的展开式中各项系数的和为 2, 则下列命题中正确的是 ( )

- A.  $a = 1$                       B. 展开式中含  $x^6$  项的系数是 -32  
C. 展开式中含  $x^{-1}$  项                      D. 展开式中常数项为 40

## 三、填空题：本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分.

7. 已知正实数  $a, b, c$  满足  $a^2 + b^2 = 2c^2$ , 则  $\frac{c}{a} + \frac{c}{b}$  最小值为\_\_\_\_\_.

8. 若实数  $a, b, c, d$  满足  $(b + a^2 - 3\ln a)^2 + (c - d + 2)^2 = 0$ , 则  $(a - c)^2 + (b - d)^2$  的最小值为\_\_\_\_\_.

四、解答题：本大题共 2 小题，共 24 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

9. 设  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和， $\{b_n\}$  是正项等比数列，且  $a_1 = b_1 = 1$ ， $a_4 + 2 = b_3$ . 在 ①  $a_2 = b_2$ ，  
②  $b_6 = 243$ ，③  $S_4 = 4S_2$  这三个条件中任选一个，回答下列问题：

(1) 求数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式；

(2) 如果  $a_m = b_n$  ( $m, n \in \mathbf{N}^*$ )，写出  $m, n$  的关系式  $m = f(n)$ ，  
并求  $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(n)$ .