基于核心素养指引下的多选题解题教学

张春女

（福建省漳平第一中学，福建　漳平）

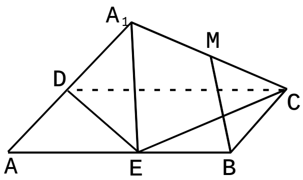
摘　要：多项选择的选择功能与新高考改革中的选拔人才要求紧密结合。在核心素养的指导下，根据具有多种解决方案的模拟测试问题以及在学生具有多种解决方案的核心素养的基础上教授选择题。最后从经典案例、方法和问题的角度进行科学研究，以提高课堂教学效率。

关键词：核心素养；高中数学；多项选择；解题教学

随着新高考改革的深入和高考评价体系的建立，为了切合教育部以及国家的战略部署，为了更好地选拔人才，对作为统考科目的数学的考试目标、考查内容和考查要求都发生了变化，需要命制新的题型达成考查目标和考试效果，起到有效地区分考生，使传统的刷题无效或低效。在一般的课程行业测试中，尤其是在大型标准化测试中，多项选择题被认为是测试的一种通用且合理的方式。此外，还提出了多项选择题的优点：题目小，灵活，减少书写过程，可以在相对较短时间内扩大试题的量和知识的覆盖面；评分简单、客观，可以采用计算机进行阅卷登分，因此，新的高考改革中引入多项选择题。在2020年山东省和海南省新高考改革中，采用多项选择的方式选拔学生，并对有较高能力的学生进行区分，发挥了很好的效果。然后针对教师如何进行选择题课堂教学，如何合理地提高答题能力，如何提高学生的核心素养，本文尝试在课堂教学中使用模拟测验题进行教学。

一、典型题目

如图，已知平行四边形 ABCD 中，$\angle BAD=60°$，$AB=2AD$，E 为边 AB 的中点，将△ADE 沿直线 DE 翻折成△A_1DE，若 M 为线段 A_1C 的中点，则在△ADE 翻折的过程中，下列命题正确的有（　　）



A.异面直线 DE 与 A_1C 所成的角可以为 90°

B.二面角 D-A_1EC 可以为 90°

C.直线 MB 与平面 A_1DE 所成的角为定值

D.线段 BM 的长为定值

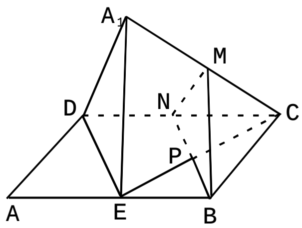
参考答案：

【解析】对于选项 A：若 DE 与 A_1C 所成的角为 90°，因为 $AB=2AD$，$\angle BAD=60°$，可设 $DE=x$，所以 $DC=2x$，$EC=\sqrt{3}x$，所以 $CE^2+DE^2=CD^2$，所以 $CE\perp DE$，$\because A_1C\cap CE=C$，A_1C，$CE\subset$ 面 A_1CE，$\therefore DE\perp$ 面 A_1CE，又 $A_1E\subset$ 面 A_1CE，所以 $DE\perp A_1E$，与△A_1DE 为等边三角形矛盾，故 A 错误。

对于选项 B：因为 $CE^2+DE^2=CD^2$，所以 $DE\perp CE$，所以当点 A_1 与点 E 重合时，二面角 D-A_1E-C 等于 90°，故 B 正确。

取 DC 的中点为 N，EC 的中点为 P，因为 B、N、P 在同一条直线上，所以面 A_1DE∥面 MNP，因为 MB 与平面 MNP 共面，所以直线 MB∥面 A_1DE，所以直线 MB 与平面 A_1DE 所成的角为定值，故 C 正确。

对于 D：$\angle A_1DE=\angle MNB$，$MN=\frac{1}{2}A_1D$，所以 $MB^2=MN^2+NB^2-2MN\cdot NB\cos\angle MNB$，所以线段 BM 的长为定值，故 D 正确。



故选 BCD。

（一）课堂教学中学生解题方法展示

由于在△ADE 翻折的过程中，DE 与 DC 和 DA_1 所成的角始终为 60°，又 $\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DA_1}$，所以 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{DE}\cdot(\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DA_1})=\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DA_1}$

因为 $AB=2AD$，$\angle BAD=60°$，

可设 $DE=x$，所以 $DC=2x$，$DA_1=x$，

所以 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{DE}\cdot(\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DA_1})=\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DA_1}$

$=x\cdot 2x\cdot\cos 60°-x\cdot x\cdot\cos 60°$

$=\frac{1}{2}x^2$

又 $x>0$,所以 $\frac{1}{2}x^2\neq0$,故 A 错误。

对于选项 B:定性定位分析法

方法 1:由于在△ADE 翻折的过程中,△ADE 始终是等边三角形, 即△A_1DE 是等边三角形, 当 $A_1C=EC$ 时,取 A_1E 的中点,连接 CF,DF 在等腰△A_1CE 和等边△A_1DE 中易求得

$CF=\frac{\sqrt{13}}{2}x$,$DF=\frac{\sqrt{3}}{2}x$,

又 $DC=2x$,所以 $CF^2+DF^2=DC^2$

所以∠$DFC=90°$,二面角 $D-A_1E-C$ 等于 90°,

故 B 正确。

方法 2:由 A 选项可知,CE⊥DE,所以当面 A_1DE 翻折到与面 ABCD 垂直时,易得 CE⊥面 A_1DE,又 CE⊆面 A_1EC,所以,面 A_1DE⊥面 A_1EC,二面角 $D-A_1E-C$ 等于 90°,故 B 正确。

对于选项 C,D:定性定位分析法

取 A_1D 的中点 G,连接 GM,GE

因为 E 为 AB 的中点,易证四边形 EBMG 是平行四边形。

所以 BM=EG,BM∥EG,所以 BM∥面 A_1DE,

又 $EG=\frac{\sqrt{3}}{2}x$,所以直线 MB 与平面 A_1DM 所成的角为定值 0°,线段 MB 的长为定值,故 C,D 正确。

(二)核心素养下的解题分析

在本题课堂解题教学中,学生解题解法的呈现,表面上是学生的解法不同,实质上是反映出学生思维层次的差异,归根结底是数学核心素养的差异。针对上述不同解法,我们可以从核心素养的角度,分析学生的解题过程中,分析思维的差异。

本题是立体几何问题, 在分析和解决的过程中,主要体现了直观想象、数学运算、逻辑推理、数学抽象等核心素养。

对于选项 A,参考答案利用反证法推理,得出矛盾,从而解决问题。对于一般学生来说,难以想到,而学生的解法是从翻折的过程中找到定量,正面解决,利用向量法进行定量计算,从而达到解决问题的目标。

对于选项 B 的解法 1,2 中,在面 A_1DE 翻折的过程中,通过观察、分析、判断特殊位置解决问题,在整个解题过程中,侧重于呈现直观想象,逻辑推理,数学运算等核心素养。对于解法 2,更是跳出定量思维,利用定性的思维解决问题,体现了其较高水平的思维层次。

对于选项 C,D 的参考答案的解法是把问题转化到两个三角形中,证明两个三角形所在的平面平行,从而证得 BM∥面 A_1DE,进而得到 BM 与平面 A_1DE 所成的角为 0°,从定性到定量的转化。而求 BM 的长度,利用余弦定理,通过转化,降维思维,把空间问题转化为平面问题,这是立体几何中处理问题的常用方法。而学生的解法中,通过 C 选项的解题分析,发现 BM 的定量特征,对动态问题的定量转化,学生的思维深度明显更加深刻。

二、核心素养下多选题解题教学反思

多选题作为新题型,尽管典型题目和示例资源相对有限,但在教学中教师可以从两个角度搜集资源,一是山东和海南的高考试卷,二是山东和海南的模拟试题。对此类资源,可以精选案例,把每一模块典型问题,进行整理归纳,让学生有针对性的训练,同时为课堂解题教学提供好的素材,提升多选题的解题教学效能。

在课堂教学中,可通过以下方式帮助学生提高多项选择题的解题能力,提高学生的数学核心素养。要掌握多选题规则,评分标准;在解题过程中采取先易后难的解题原则;有承接关系和递进关系的选项,利用等价性进行选项;另外还可用多选题排除法选项,即通过推理论证等方法确定其中的两个选项是错误的,那么另外两个选项必定是正确的;最后当我们认为四个选项的部分选项很难或者是无法判断时,采用只选对的个别选项,获得部分分数,而不去对无把握的选项作出判断,避免得零分的风险,做到宁缺勿滥。

通过多项选择题经典案例的课堂教学,提高学生思考问题的视野,引导学生从命题的角度思考问题,把思维引向更深处。站在出题者的角度思考,如何命题,会选择什么载体作为题设,选项如何设置,要考查什么能力和核心素养等。去解构命题视角,进而命制多选题,提升解题的深刻性,让学生的解题有的放矢。

参考文献:

[1]李瑜,丁树良,唐小娟.多项选择题认知诊断潜能的最大化[J].心理科学进展,2014(5):866-880.

[2]任子朝,陈昂,黄熙彤,等.高考数学新题型试卷质量分析研究[J].数学教育学报,2019(2):1-7.

注:本文系课题“新高考背景下数学多选题教学实践研究”(项目编号:ZPzx2020-201)研究成果。