**江苏省仪征中学2022届高三数学抢分计划四**

**班级\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_\_\_\_\_评价\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**一、选择题.本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知集合$A=\left\{x∣log\_{3}⁡(x-3)⩽1\right\},B=\left\{x\in Z∣x^{2}-9⩾0\right\}$,则$A∩B=$( )

A.$(-\infty ,-3]∪(3,6]$ B.$(3,6]$ C.$\{3,4,5,6\}$ D.$\{4,5,6\}$

2.已知复数$z$满足$‾-z=2i$,则$z$的虚部是( )

A.$-1$ B.1 C.$-i$ D.$i$

3.为贯彻落实《中共中央国务院关于全面加强新时代大中小学劳动教育的意见》的文件精神,某学校推出了《植物栽培》、《手工编织》、《实用木工》、《实用电工》4门校本劳动选修课程,要求每个学生从中任选2门进行学习,则甲、乙两名同学的选课中恰有一门课程相同的概率为

( )

A.$\frac{1}{3}$ B.$\frac{2}{3}$ C.$\frac{1}{2}$ D.$\frac{3}{4}$

4.若直线$l:(m+2)x+(m-3)y+5=0(m\in R)$与圆$P:(x-1)^{2}+(y+2)^{2}=16$相交于$A,B$两点,则$|AB|$的最小值为( )

A.$\sqrt{10}$ B.$2\sqrt{2}$ C.$2\sqrt{3}$ D.$3\sqrt{2}$

5.已知$α\in \left(-\frac{π}{2},\frac{π}{2}\right)$,且$3cos⁡2α+10sin⁡α=-1$,则$cos⁡α$的值为( )

A.$-\frac{1}{3}$ B.$\frac{1}{3}$ C.$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D.$\frac{\sqrt{2}}{3}$

6.生活中有很多球缺状的建筑.一个球被平面截下的部分叫做球缺,截面做球缺的底面,球缺的曲面部分叫做球冠,垂直于截面的直径被截后的线段叫做球缺的高.球冠的面积公式为$S=2πRH$,球缺的体积公式为$V=\frac{1}{3}π(3R-H)H^{2}$,其中$R$为球的半径,$H$为球缺的高.现有一个球被一平面所截形成两个球缺,若两个球冠的面积之比为$1:3$,则这两个球缺的体积之比为( )

A.$\frac{5}{27}$

B.$\frac{4}{27}$

C.$\frac{2}{9}$

D.$\frac{1}{9}$

7.设抛物线$y^{2}=2px(p>0)$的焦点为$F(1,0)$,准线为$l$,过焦点的直线交抛物线于$A,B$两点,分别过$A,B$作$l$的垂线,垂足分别为$C,D$.若$|AF|=4|BF|$,则$△CDF$的面积为( )

A.$\frac{25}{4}$ B.$\frac{20}{3}$ C.5 D.$\frac{25}{3}$

8.定义在$(-2,2)$上的函数$f(x)$的导函数为$f^{'}(x)$,满足$f(x)+e^{4x}f(-x)=0,f(1)=e^{2}$,且当$x>0$时,$f^{'}(x)>2f(x)$,则不等式$e^{2x}f(2-x)<e^{4}$的解集为( )

A.$(1,4)$ B.$(-2,1)$ C.$(1,+\infty )$ D.$(0,1)$

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9.若甲组样本数据$x\_{1},x\_{2},\cdots ,x\_{n}$的平均数为2,方差为4,乙组样本数据$3x\_{1}+a,3x\_{2}+a,\cdots ,3x\_{n}+a$的平均数为4,则下列说法正确的是( )

A.$a$的值为$-2$ B.乙组样本数据的方差为36

C.两组样本数据的中位数一定相同 D.两组样本数据的极差不同

10.已知实数$a>0,b>0,c\in R$,且$a+b=1$,则下列判断正确的是( )

A.$a^{2}+b^{2}⩾\frac{1}{2}$ B.$ac^{2}<bc^{2}$ C.$a^{b}>(2-a)^{b}$ D.$\frac{2b-1}{a+1}<1$

11.设函数$f(x)=cos⁡(ωx+φ)\left(ω,φ\right.$是常数,$\left.ω>0,0<φ<\frac{π}{2}\right)$,若$f(x)$在区间$\left[-\frac{π}{24},\frac{5π}{24}\right]$上具有单调性,且$f\left(-\frac{π}{24}\right)=-f\left(\frac{5π}{24}\right)=-f\left(\frac{11π}{24}\right)$,则下列说法正确的是( )

A.$f(x)$的最小正周期为$π$

B.$f(x)$的单调递减区间为$\left[-\frac{π}{6}+kπ,\frac{π}{3}+kπ\right],k\in Z$

C.$f(x)$图像的对称轴为直线$x=\frac{π}{12}+\frac{kπ}{2},k\in Z$

D.$f(x)$的图像可由$g(x)=sin⁡ωx$的图像向左平移$\frac{5π}{12}$个单位长度得到

12.如图,点$M$是棱长为1的正方体$ABCD-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$中的侧面$ADD\_{1}A\_{1}$上的一个动点(包含边界),则下列结论正确的是( )

A.存在无数个点$M$满足$CM⊥AD\_{1}$

B.当点$M$在棱$DD\_{1}$上运动时,$MA+MB\_{1}$的最小值为$\sqrt{3}+1$

C.在线段$AD\_{1}$上存在点$M$,使异面直线$B\_{1}M$与$CD$所成的角是$30^{∘}$

D.满足$MD=2MD\_{1}$的点$M$的轨迹是圆弧

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13.已知焦点在$x$轴上的双曲线$\frac{x^{2}}{m}-\frac{y^{2}}{2-m^{2}}=1$的两条渐近线互相垂直,则实数$m=$\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.若无穷等比数列$\left\{a\_{n}\right\}$的各项均大于1,且满足$a\_{1}a\_{5}=144,a\_{2}+a\_{4}=30$,则公比$q=$\_\_\_\_\_\_\_\_.

15.如图,在$△ABC$中,$D$是$BC$的中点,$E$在边$AB$上,$AC=2,BE=2EA,AD$与$CE$的交点为$O$. 若$\vec{AO}⋅\vec{BC}= -2$,则$AB$的长为\_\_\_\_\_\_\_\_.

16.已知函数$f(x)=log\_{2}⁡\left(\sqrt{x^{2}+1}-x\right)$,若对任意的正数$a,b$,满足$f(a)+f(3b-1)=0$,则$\frac{3}{a}+\frac{1}{b}$的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题：本题共3小题，共36分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 如图，在四棱锥中，底面，，，，，点*E*为棱*PC* 的中点．

（1）证明：；

（2）求直线与平面所成角的正弦值；

（3）若为棱上一点，满足，求二面角的余弦值．

18. 如图，在三棱台*ABC*—*DEF*中，平面*ACFD*⊥平面*ABC*，∠*ACB*=∠*ACD*=45°，*DC* =2*BC．*

（1）证明：*EF*⊥*DB*；

（2）求直线*DF*与平面*DBC*所成角的正弦值．



19. 如图，是圆的直径，圆所在的平面，为圆周上一点，为线段的中点，，．

 （1）证明：平面平面.

（2）若为的中点，求二面角的余弦值.

**江苏省仪征中学2022届高三数学抢分计划四答案与解析**

1.D 2.A 3.B 4.$C$ 5.C 6.A 7.C 8. A 9.$ABD$ 10.AD 11.ABD 12. AD

13.1 14.2 15.$2\sqrt{3}$ 16.12

8.【解析】本题考查利用导数研究函数的性质、不等式的求解. 令

$g(x)=\frac{f(x)}{e^{2x}}(-2<x<2)$, 则 $e^{2x}g(x)+e^{4x}e^{-2x}g(-x)=0$, 可得 $g(x)+g(-x)=0$, 所以 $g(x)=\frac{f(x)}{e^{2x}}$ 是 $(-2,2)$ 上的奇函数, $g^{'}(x)=\frac{f^{'}(x)e^{2x}-2e^{2x}f(x)}{e^{4x}}=\frac{f^{'}(x)-2f(x)}{e^{2x}}$, 当 $x>0$ 时, $f^{'}(x)>$ $2f(x)$, 所以 $g^{'}(x)>0,g(x)=\frac{f(x)}{e^{2x}}$ 在 $(0,2)$ 上单调递增, 所以 $g(x)=\frac{f(x)}{e^{2x}}$ 在 $(-2,2)$ 上单调递增. 因为 $g(1)=\frac{f(1)}{e^{2}}=\frac{e^{2}}{e^{2}}=1$, 所 以由 $e^{2x}f(2-x)<e^{4}$ 可得 $e^{2x}e^{2(2-x)}g(2-x)<e^{4}$, 即 $g(2-x)<1=$ $g(1)$. 由 $g(x)=\frac{f(x)}{e^{2x}}$ 在 $(-2,2)$ 上单调递增, 可得 $\left\{\begin{matrix}-2<2-x<2,\\2-x<1,\end{matrix}\right.$ 解得 $1<x<4$, 所以不等式 $e^{2x}f(2-x)<e^{4}$ 的解集为 $(1,4)$, 故 选 A.

12.【解析】本题考查空间线线垂直、异面直线所成角以及动点轨迹和

最值问题.对于选项 $A$, 若 $M$ 在 $A\_{1}D$ 上, 此时必有$CM⊥AD\_{1}$, 证明如下:

由正方体的性质得$CD⊥$ 平面 $ADD\_{1}A\_{1}$, 所以 $CD⊥AD\_{1}$. 又 $A\_{1}D⊥AD\_{1},$

$CD∩A\_{1}D=D$, 所以 $AD\_{1}⊥$ 平面 $A\_{1}DC$, 所以 $AD\_{1}⊥CM$, 故 A正确; 对于

选项 $B$, 如图, 旋转平面 $ADD\_{1}A\_{1}$ 使之与平面 $BB\_{1}D\_{1}D$共面, 连接 $A^{'}B\_{1}$ 交

 $DD\_{1}$ 于点 $M$, 此时 $|MA|+\left|MB\_{1}\right|$ 最短为 $A^{'}B\_{1}$,大小为 $\sqrt{4+2\sqrt{2}}$, 故 $B$ 错

误; 对于选项 $C$, 因为 $CD//A\_{1}B\_{1}$, 所以直线 $B\_{1}M$ 与 $CD$ 所成的角即直线

 $B\_{1}M$ 与 $A\_{1}B\_{1}$ 所成角, 当 $M$ 在 $A\_{1}D$和 $AD\_{1}$ 交点处时, 此异面直线所成角最小, 其正切值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 即最 小角大于 $30^{∘}$, 故 $C$ 错误; 对于选项 D, 在面 $ADD\_{1}A\_{1}$ 上建立平面 直角坐标系, 设 $D\left(-\frac{1}{2},0\right),D\_{1}\left(\frac{1}{2},0\right)$, 设 $M(x,y)$, 由 $MD=$ $2MD\_{1}$ 整理可得 $x^{2}+y^{2}-\frac{5}{3}x+\frac{1}{4}=0$, 根据该方程可得点 $M$ 的轨 迹是圆的一部分, 故 D 正确. 故选 AD.

16.【解析】本题考查函数的基本性质及基本不等式.因为 $\sqrt{x^{2}+1}-x>0$ 恒成立, 所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $R$, 因 为 $f(x)=log\_{2}⁡\left(\sqrt{x^{2}+1}-x\right),f(-x)=log\_{2}⁡\left(\sqrt{x^{2}+1}+x\right)$, 所以 $f(x)+$ $f(-x)=0$, 即 $f(x)=-f(-x)$, 所以 $f(x)$ 为奇函数. 又 $f(x)=$ $log\_{2}⁡\left(\sqrt{x^{2}+1}-x\right)$ 在 $(-\infty ,0)$ 上单调递减, 所以 $f(x)$ 在 $(0$, $+\infty )$ 上单调递减, 又 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 所以 $f(x)$ 在 $R$ 上单调 递减. 因为 $f(a)+f(3b-1)=0$, 所以 $a+3b=1$.

所以 $\frac{3}{a}+\frac{1}{b}=\left(\frac{3}{a}+\frac{1}{b}\right)(a+3b)=\frac{9b}{a}+\frac{a}{b}+6⩾2\sqrt{\frac{9b}{a}⋅\frac{a}{b}}+6=6+6=12, $

当且仅当 $\frac{9b}{a}=\frac{a}{b}$, 即 $a=\frac{1}{2},b=\frac{1}{6}$ 时等号成立, 所以 $\frac{3}{a}+\frac{1}{b}$ 的 最小值为 12 .

17. 解：依题意，以点为原点建立空间直角坐标系（如图），

可得，，，，

由点为棱的中点，得，

（1）向量，，故，∴．

（2）向量，，

设为平面的法向量，则，即，不妨令，可得为平面的一个法向量，于是有，

∴直线与平面所成角的正弦值为．

（3），，，

由点在棱上，故，

由，得，解得，即，

设为平面的法向量，则，即，

不妨令，可得为平面的一个法向量，

取平面的法向量，则，

易知，二面角是锐角，∴其余弦值为．

18. （1）证明：如图，过点*D*作，交直线*AC*于点，连结*OB．*由，得，由平面*ACFD*⊥平面*ABC*得*DO*⊥平面*ABC*，所以.

由，得.所以*BC*⊥平面*BDO*，故*BC*⊥*DB．*

由三棱台得，所以.

（2）过点作，交直线*BD*于点，连结.由三棱台得，

∴直线*DF*与平面*DBC*所成角等于直线*CO*与平面*DBC*所成角.由平面得，∴平面*BCD*，∴为直线*CO*与平面*DBC*所成角.设.由，得，∴，

∴直线*DF*与平面*DBC*所成角的正弦值为.

19. 因为$PA⊥$圆$O$所在的平面$ABC$,$BC⊂$平面$ABC$,∴$PA⊥BC$.

因为$AB$是圆$O$的直径,$C$为圆周上一点,∴$AC⊥BC$,且$AC=AB⋅sin⁡∠CBA=\frac{1}{2}AB=PA$

又因为$PA∩AC=A,PA,AC⊂$平面$PAC$,∴$BC⊥$平面$PAC$.因为$AD⊂$平面$PAC$,所以$BC⊥AD$.因为$AC=PA,D$为线段$PC$的中点,所以$AD⊥PC$.又因为$PC∩BC=C,PC,BC$平面$PBC$,∴$AD⊥$平面$PBC$.又因为$AD⊂$平面$ABD$,∴平面$ABD⊥$平面$PBC$.

(2)以$C$为坐标原点,$CA,CB$所在直线分别为$x$轴,$y$轴，

过点$C$平行于$AP$的直线为$z$轴,建立如图所示空间直角坐标系.

设$PA=1$,则$AB=2,AC=1$,$ BC=\sqrt{AB^{2}-AC^{2}}=\sqrt{2^{2}-1^{2}}=\sqrt{3}$,

$则C(0,0,0),A(1,0,0),B(0,\sqrt{3},0),P(1,0,1)$,因为$D$为线段$PC$的中点,所以$D\left(\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right)$.因为$G$为线段$AD$的中点,所以$G\left(\frac{3}{4},0,\frac{1}{4}\right)$.$\vec{CB}=(0,\sqrt{3},0),\vec{CP}=(1,0,1),\vec{CG}=\left(\frac{3}{4},0,\frac{1}{4}\right)$,

设平面$PBC$的法向量为$\vec{m}=\left(x\_{1},y\_{1},z\_{1}\right)$,$则\left\{\begin{matrix}\vec{CB}⋅\vec{m}=\sqrt{3}y\_{1}=0\\\vec{CP}⋅\vec{m}=x\_{1}+z\_{1}=0\end{matrix}\right.$

不妨取$x\_{1}=1$,则$y\_{1}=0,z\_{1}=-1$,故$\vec{m}=(1,0,-1)$.设平面$BCG$的法向量为$\vec{n}=\left(x\_{2},y\_{2},z\_{2}\right)$,

则$\left\{\begin{matrix}\vec{CB}⋅\vec{n}=\sqrt{3}y\_{2}=0\\\vec{CG}⋅\vec{n}=\frac{3}{4}x\_{2}+\frac{1}{4}z\_{2}=0\end{matrix}\right.$不妨取$x\_{2}=1$,则$y\_{2}=0,z\_{2}=-3$,故$\vec{n}=(1,0,-3)$，

则$cos<\vec{m},\vec{n}>=\frac{\vec{m}⋅\vec{n}}{|\vec{m}|⋅|\vec{n}|}=\frac{1×1+0×0+(-1)×(-3)}{\sqrt{1^{2}+0^{2}+(-1)^{2}}}×\sqrt{1^{2}+0^{2}+(-3)^{2}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

由图可知二面角$P-BC-G$为锐二面角,故二面角$P-BC-G$的余该值为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$